

∞ Corrigé du brevet des collèges 16 septembre 2019 ∞
Métropole La Réunion Antilles–Guyane

Durée : 2 heures

Exercice 1

18 points

1. Le triangle BCD est rectangle en C. Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
 $BD^2 = BC^2 + CD^2$, soit $BD^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25 = 2,5^2$.
Donc $BD = 2,5$ km.
2. C, D et E sont alignés; le triangle BCD est rectangle en C, donc la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (CE).
Le triangle DEF est rectangle en E, donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (CE).
Conclusion : les droites (BC) et (EF) étant perpendiculaires à la droite (CE) sont parallèles.
3. D'après le résultat précédent on peut appliquer le théorème de Thalès :
 $\frac{DF}{DB} = \frac{DE}{DC} = \frac{EF}{BC}$, soit
 $\frac{DF}{2,5} = \frac{5}{2}$, d'où en multipliant chaque membre par 2,5 :
 $DF = 2,5 \times 2,5 = 6,25$ km.
4. La longueur totale du parcours est égale à :
 $AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25$ km.
5. Michel parcourt 16 km en 60 min ou 4 km en 15 min ou 1 km en $\frac{15}{4}$ min.
Pour parcourir 7 km, il mettra donc $7 \times \frac{15}{4} = \frac{105}{4}$ min soit $\frac{105}{4} \times 60 = 1575$ s soit 26 min 15 s.

Exercice 2

14 points

1.
 - a. 2744 est multiple de 4 : $2744 = 4 \times 686 = 4 \times 2 \times 343$.
Or $343 = 350 - 7 = 7 \times 50 - 7 \times 1 = 7 \times 49 = 7 \times 7 \times 7$.
Donc $2744 = 2^3 \times 7^3$.
 - b. Le résultat précédent entraîne :
 $2744^2 = (2^3 \times 7^3)^2 = (2^3)^2 \times (7^3)^2 = 2^6 \times 7^6$.
 - c. Inversement le résultat précédent peut s'écrire :
 $2744^2 = 2^6 \times 7^6 = (2^2)^3 \times (7^2)^3 = (2^2 \times 7^2)^3 = (4 \times 49)^3 = 196^3$.
2.
 - a. On a donc $100^3 = b^2$ ou $1\,000\,000 = b^2$, d'où $b = 1\,000$.
 - b.
 - Si $a = 3$, $a^3 = 27$ qui n'est pas un carré;
 - Si $a = 4$, $a^3 = 64$ qui est le carré de 8;
 - Si $a = 5$, $a^3 = 125$ qui n'est pas un carré;
 - Si $a = 6$, $a^3 = 216$ qui n'est pas un carré;
 - Si $a = 7$, $a^3 = 343$ qui n'est pas un carré;
 - Si $a = 8$, $a^3 = 512$ qui n'est pas un carré;

- Si $a = 9$, $a^3 = 729$ qui est le carré de 27, mais $27 > 10$.
Il y a donc une solution : $4^3 = 8^2$.

Exercice 3**17 points**

1. On lit sur le graphique :

- en 1995 : 360 ppm;
- en 2005 : 380 ppm.

2. a. Les points de la courbe sont à peu près alignés : le modèle affine semble donc pertinent.

b. Pour l'année 1995, l'expression de Arnold donne $2 \times 1995 - 3630 = 360$, et celle de Billy $2 \times 1995 - 2000 = 1990$: ce dernier résultat est complètement erroné.

Il vaut mieux prendre l'expression d'Arnold.

c. Il faut résoudre l'équation :

$$2x - 3630 = 450 \text{ soit } 2x = 4080 \text{ et } x = 2040.$$

La valeur de 450 ppm sera atteinte en 2040.

3. Si en 2016, 70 mégatonnes représentent 15 % des émissions M de carbone, alors :

$$\frac{15}{100} \times M = 70, \text{ soit } M = \frac{70 \times 100}{15} \approx 466,6, \text{ soit } 467 \text{ mégatonnes de CO}_2 \text{ à la mégatonne près.}$$

Exercice 4**16 points**

1. Le ratio est égal à $\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$.

2. On a $250 = 2,5 \times 100$: il faut donc multiplier les quantités par 2,5. En particulier il faudra $30 \times 2,5 = 3 \times 25 = 75$ g de farine.

3. Le plus petit gâteau carré a une base carré de côté : $24 - 8 - 8 = 8$ cm.

4. • Volume de tour de Pise :

$$\pi \times 15^2 \times 6 + \pi \times 11^2 \times 6 + \pi \times 7^2 \times 6 + \pi \times 3^2 \times 6 = 6\pi (15^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2) = 6\pi (225 + 121 + 49 + 9) = 6\pi \times 404 = 2424\pi \approx 7615 \text{ cm}^3.$$

• Volume de tour Carrée :

$$24^2 \times 8 + 16^2 \times 8 + 8^2 \times 8 = 8 \times (24^2 + 16^2 + 8^2) = 8 \times 896 = 7168 \text{ cm}^3.$$

C'est la tour de Pise qui a le plus grand volume.

Exercice 5**15 points**

1. a. On obtient successivement :

$$4 \rightarrow 10 \rightarrow 10 \times (4 - 5) = -10 \rightarrow 20.$$

b. On obtient successivement :

$$-3 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \times (-3 - 5) = -24 \rightarrow 6.$$

2. a. On a effectivement $4 + 4^2 = 4 + 16 = 20$ et $-3 + (-3)^2 = -3 + 9 = 6$ trouvés précédemment.

b. =B2*B3

c. En partant de x on obtient :

$$x \rightarrow x+6 \rightarrow (x+6)(x-5) \rightarrow (x+6)(x-5) + 30 = x^2 - 5x + 6x - 30 + 30 = x^2 + x.$$

d. Il faut résoudre l'équation :

$$x + x^2 = 0 \text{ ou } x(1+x) = 0 \text{ soit } \begin{cases} x & = & 0 \\ 1+x & = & 0 \end{cases} \text{ soit enfin } \begin{cases} x & = & 0 \\ x & = & -1 \end{cases}$$

0 et -1 donnent 0 par le programme de calcul.

Exercice 6

20 points

1. Armelle peut tirer 2 ou 6 et Basile 1 ou 5 : il ne peut y avoir égalité, donc de match nul.
2.
 - a. Basile a $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ chances de sortir un 5 donc de battre Armelle.
 - b. Dans tous les cas Armelle tire un 2 un 6 et tous les deux sont supérieurs à 1 : sa probabilité de battre Basile est donc égale à 1.
3.
 - a. Il y a $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ de chances que le nombre tiré soit inférieur à 5 donc que FaceA prenne la valeur 2.
 - b. Si $\text{FaceB} < \text{FaceA}$ alors
 - c. C'est le même sous-programme que Lancer le dé A en remplaçant Lancer le dé A par Lancer le dé B, 5 par 4 (troisième ligne), 2 par 1 (quatrième ligne) et 6 par 5 (cinquième ligne).
4.
 - a. La fréquence de victoires de A est égale à $\frac{39901}{39901 + 20099} = \frac{39901}{60000} \approx 0,665$, soit 67 % à 1 près.
 - b. La probabilité que A gagne contre B est d'environ 66,666 % soit 2 chances sur 3.