Le sujet comporte 8 pages numérotées de 2 à 9
Il faut choisir et réaliser seulement trois des quatre exercices proposés.

EXERCICE I

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 3.

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Partie A

On considère la fonction f définie par :

$$\text{pour tout réel } x \geq 0, \qquad f(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans le plan $\mathcal{P}$.

I-A-1- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Justifier la réponse.

I-A-2- f' désigne la dérivée de f.
Pour tout $x \geq 0$, $f'(x)$ s'écrit sous la forme : $f'(x) = \dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$.
Déterminer l'expression de $h(x)$. Détailler le calcul.

I-A-3- Dresser le tableau des variations de f.

I-A-4- Soient B, C et D les points de $\mathcal{C}_f$ d'abscisses respectives 0, 5 et 10.
On note y_B, y_C et y_D leurs ordonnées.
Donner la valeur de y_B et une valeur décimale approchée à 10^{-1} près de y_C et y_D.

Partie B

On considère la fonction g définie par :

$$\text{pour tout réel } x > 0, \qquad g(x) = -1 + \ln x.$$

On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de g dans le plan $\mathcal{P}$.

I-B-1- Montrer que, pour tout réel $x > 0$, $f(x) - g(x) = \ln\left(1 + \dfrac{a}{x}\right) + \dfrac{b}{x+1}$,
où a et b sont des réels à déterminer.

I-B-2-a- Pour $x > 0$, quel est le signe de $f(x) - g(x)$? Justifier la réponse.

I-B-2-b- En déduire la position relative des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

I-B-3- Soit $x > 0$. On considère les points $M(x; f(x))$ et $N(x; g(x))$.

I-B-3-a- Exprimer la longueur MN en fonction de x.

I-B-3-b- Donner la limite de MN lorsque x tend vers $+\infty$.

I-B-4- Sur la figure est tracée la courbe $\mathcal{C}_g$. Placer les points B, C et D. Tracer la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B.
Puis tracer la courbe $\mathcal{C}_f$ en utilisant les résultats des questions **I-B-2-b-** et **I-B-3-b**.

Partie C

On considère la fonction H définie par :

$$\text{pour tout réel } x > 0, \qquad H(x) = (x+2)\ln(x+1) - x\ln x.$$

I-C-1- Montrer que H est une primitive de $f - g$ sur $]0; +\infty[$.

I-C-2- Soit $\mathcal{D}$ le domaine du plan situé entre les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$. On note $\mathcal{A}$ son aire, exprimée en unités d'aires.

I-C-2-a- Hachurer $\mathcal{D}$ sur la figure de la question **I-B-4-**.

I-C-2-b- Calculer $\mathcal{A}$. Le résultat sera écrit sous la forme $\mathcal{A} = \alpha\ln 2 + \beta\ln 3$ où α et β sont des entiers relatifs à déterminer.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE I

I-A-1- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. En effet :

$\ln(x+1) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} +\infty$ et $\dfrac{x}{x+1} = \dfrac{x}{x(1+\frac{1}{x})} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{x}} \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 1$

I-A-2- Pour tout $x \geq 0$, $h(x) = x$. En effet :

$f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1 \times (x+1) - x \times 1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x+1-1}{(x+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2}$

I-A-3-

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	

I-A-4-
$y_B = 0$
$y_C \approx 1$
$y_D \approx 1,5$

I-B-1- $a = 1$ $b = 1$ en effet :
Par définition de $f(x)$ et $g(x)$, on a : $f(x) - g(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1} + 1 - \ln x$
Alors $f(x) - g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \frac{-x+x+1}{x+1} = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x+1}$

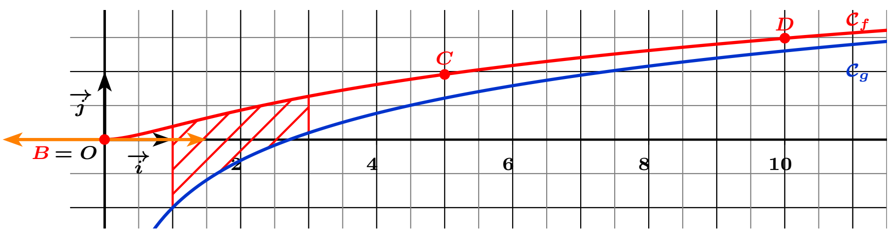
I-B-2-a- Pour tout $x > 0$, $f(x) - g(x) > 0$. En effet :
$\frac{1}{x+1} > 0$ et
$1 + \frac{1}{x} > 1$ donc $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \ln 1$ (car $\ln$ est strictement croissante) avec $\ln 1 = 0$.

I-B-2-b- Position relative de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{C}_g$: $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$.

I-B-3-a- $MN = f(x) - g(x)$

I-B-3-b- $\lim\limits_{x \to +\infty} MN = 0$

I-B-4-



I-C-1- H est une primitive de $f - g$ sur $]0; +\infty[$. En effet : $\forall x > 0$, $H'(x) = f(x) - g(x)$

car
$$\begin{aligned} H'(x) &= 1 \times \ln(x+1) + (x+2) \times \tfrac{1}{x+1} - \left(1 \times \ln x + x \times \tfrac{1}{x}\right) \\ &= \ln(x+1) - \ln(x) + \tfrac{x+2}{x+1} - 1 \\ &= \ln\left(1 + \tfrac{1}{x}\right) + \tfrac{1}{x+1} \end{aligned}$$

I-C-2-a- Utiliser la figure de la question **I-B-4-**

I-C-2-b- $\mathcal{A} = \alpha \ln 2 + \beta \ln 3$ avec $\alpha = 7$ et $\beta = -3$. En effet :

$\mathcal{A} = \displaystyle\int_1^3 (f(x) - g(x))dx = [H(x)]_1^3 = H(3) - H(1)$

avec $H(3) = 5\ln 4 - 3\ln 3 = 10\ln 2 - 3\ln 3$ et $H(1) = 3\ln 2 - 1\ln 1 = 3\ln 2$

EXERCICE II

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 5.

Dans cet exercice, pour chaque probabilité demandée, on donnera sa valeur exacte sous la forme d'une fraction irréductible.

Partie A

II-A-1- Donner l'ensemble $\boldsymbol{F_1}$ des solutions de l'équation $(\boldsymbol{E_1})$ d'inconnue réelle $\boldsymbol{x}$:
$(\boldsymbol{E_1})$ $\qquad 4x^2 - 4x + 1 = 0$.

II-A-2- En déduire l'ensemble $\boldsymbol{F_2}$ des solutions de l'équation $(\boldsymbol{E_2})$ d'inconnue réelle $\boldsymbol{\lambda}$:
$(\boldsymbol{E_2})$ $\qquad 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0$.
Justifier la réponse.

Partie B

A une sortie d'autoroute, il y a une seule barrière de péage et une étude a montré que le temps d'attente d'un véhicule arrivant à la barrière avant le franchissement du péage, exprimé en minutes, peut être représenté par une variable aléatoire $\boldsymbol{T}$ suivant une loi exponentielle de paramètre $\boldsymbol{\lambda}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

L'étude a montré par ailleurs que la probabilité que le temps d'attente d'un véhicule soit compris entre une et deux minutes est égale à $\frac{1}{4}$.

II-B-1- On rappelle que, pour tout $t \geq 0$, la probabilité $P(T \leq t)$ que l'attente d'un véhicule dure moins de $\boldsymbol{t}$ minutes est donnée par : $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

II-B-1-a Ecrire $P(1 \leq T \leq 2)$ en fonction de $\boldsymbol{\lambda}$.

II-B-1-b En utilisant la question **II-A-2-**, montrer que $\lambda = \ln 2$.

On a donc : $\qquad$ pour tout $t \geq 0$, $\quad P(T \leq t) = 1 - e^{-(\ln 2)t}$.

II-B-2- Un véhicule arrive au péage.

II-B-2-a- Déterminer la probabilité $\boldsymbol{P_1}$ qu'il attende au plus une minute. Détailler le calcul.

II-B-2-b- Déterminer la probabilité $\boldsymbol{P_2}$ qu'il attende au moins deux minutes. Détailler le calcul.

II-B-2-c- Déterminer la probabilité $\boldsymbol{P_3}$ qu'il attende au moins trois minutes, sachant qu'il a attendu au moins deux minutes. Justifier soigneusement la réponse.

Partie C

Le trafic augmentant, la société d'autoroute a installé une deuxième barrière de péage.

Le passage d'un véhicule au péage sera dit "**rapide**" lorsque son temps d'attente est inférieur ou égal à une minute et "**lent**" dans le cas contraire.

La probabilité que le véhicule choisisse la **première barrière** est égale à $\frac{2}{3}$ et, dans ce cas, la probabilité que son passage soit **rapide** est égale à $\frac{1}{2}$. Lorsque le véhicule choisit la **deuxième barrière**, plus moderne, la probabilité que son passage soit **rapide** est égale à $\frac{3}{5}$.

Un véhicule arrive au péage. On considère les événements :

$\boldsymbol{B_1}$: "le véhicule choisit la **première barrière**" $\qquad$ $\boldsymbol{R}$: "le passage au péage est **rapide**"
$\boldsymbol{B_2}$: "le véhicule choisit la **deuxième barrière**" $\qquad$ $\boldsymbol{L}$: "le passage au péage est **lent**"

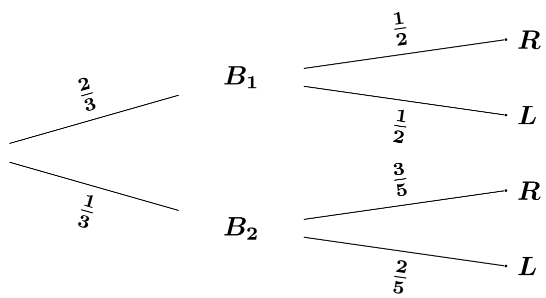
II-C-1- Compléter l'arbre ci-contre avec les probabilités correspondantes.

II-C-2- Déterminer la probabilité $\boldsymbol{P_4}$ que le passage du véhicule au péage soit **rapide**.
Détailler le calcul.

II-C-3- Déterminer la probabilité $\boldsymbol{P_5}$ que le véhicule ait choisi la **deuxième barrière**, sachant que son passage a été **lent**. Justifier soigneusement le résultat.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE II

II-A-1-	$F_1 = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
II-A-2-	$F_2 = \{\ln 2\}$. En effet : $(\mathrm{E}_2) \Leftrightarrow 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0 \Leftrightarrow 4(e^{-\lambda})^2 - 4e^{-\lambda} + 1 = 0$ $\Leftrightarrow e^{-\lambda} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\lambda = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \lambda = -\ln \frac{1}{2} = \ln 2$
II-B-1-a-	$P(1 \leq T \leq 2) = e^{-\lambda} - e^{-2\lambda}$
II-B-1-b-	$\lambda = \ln 2$. En effet : $P(1 \leq T \leq 2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow e^{-\lambda} - e^{-2\lambda} = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \lambda = \ln 2$
II-B-2-a-	$P_1 = \frac{1}{2}$. En effet : $P_1 = P(T \leq 1) = 1 - e^{-\ln 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
II-B-2-b-	$P_2 = \frac{1}{4}$. En effet : $P_2 = P(T \geq 2) = 1 - P(T < 2) = 1 - P(T \leq 2)$ Alors $P_2 = 1 - (1 - e^{-2\ln 2}) = e^{-2\ln 2} = \frac{1}{4}$
II-B-2-c-	$P_3 = \frac{1}{2}$. En effet : la loi exponentielle étant une loi sans mémoire, on a : $P_3 = P_{T \geq 2}(T \geq 3) = P(T \geq 1)$ D'où $P_3 = 1 - P(T < 1) = 1 - P(T \leq 1) = 1 - P_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
II-C-1-	
II-C-2-	$P_4 = \frac{8}{15}$. En effet : $P_4 = P(R) = P_{B_1}(R) \times P(B_1) + P_{B_2}(R) \times P(B_2) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$
II-C-3-	$P_5 = \frac{2}{7}$. En effet : $P_5 = P_L(B_2) = \dfrac{P(B_2 \cap L)}{P(L)} = \dfrac{P_{B_2}(L) \times P(B_2)}{1 - P(R)} = \dfrac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{8}{15}} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{7}{15}} = \dfrac{2}{7}$

EXERCICE III

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 7.

Dans cet exercice, n désigne un entier naturel non nul.

Partie A

III-A-1- On considère la suite géométrique $(v_n)_{n\geq 1}$ de raison $q = \frac{3}{4}$ et de premier terme $v_1 = 1$.

III-A-1-a- Donner les valeurs exactes de v_2 et v_3.

III-A-1-b- Donner, pour tout $n \geq 1$, l'expression de v_n en fonction de n.

III-A-2- On pose, pour tout $n \geq 1$, $A_n = \sum_{k=1}^{n} v_k = v_1 + ... + v_n$.

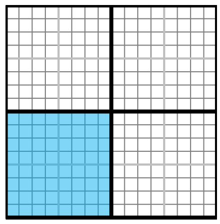
III-A-2-a- Donner les valeurs exactes de A_1, A_2 et A_3.

III-A-2-b- Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $A_n = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$.

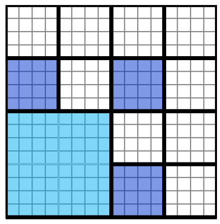
III-A-2-c- La suite $(A_n)_{n\geq 1}$ est convergente. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$. Justifier la réponse.

III-A-2-d- Déterminer le plus petit entier n tel que $A_n \geq 3$. On le notera n_0.
Justifier soigneusement la réponse.

Partie B



Etape 1



Etape 2

On effectue le coloriage d'un carré de côté 2 unités de longueur avec les consignes suivantes :

Etape 1 : partager le carré initial en quatre carrés identiques de côté de longueur c_1 et colorier le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-contre.

Etape 2 : pour chacun des carrés non encore coloriés, faire un partage en quatre carrés identiques de côté de longueur c_2 et colorier le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-contre.

On poursuit le coloriage du carré selon le même procédé à chaque étape.
Autrement dit, pour tout $n \geq 1$:

Etape n : pour chacun des k_n carrés non encore coloriés, faire un partage en quatre carrés identiques de côté de longueur c_n et colorier le carré situé en bas à gauche. On colorie k_n carrés à l'étape n.

On remarque que $k_1 = 1$, $k_2 = 3$.

III-B-1- Faire le coloriage de l'étape 3.

III-B-2-a- Donner la valeur de k_3.

III-B-2-b- Donner, pour tout $n \geq 1$, l'expression de k_{n+1} en fonction de k_n.

III-B-2-c- En déduire, pour tout $n \geq 1$, l'expression de k_n en fonction de n.

III-B-3-a- Donner les valeurs de c_1, c_2 et c_3.

III-B-3-b- Justifier que, pour tout $n \geq 1$, $c_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.

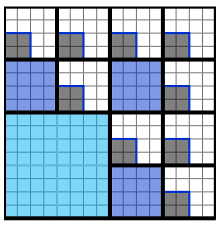
III-B-4- Justifier que l'aire, en unités d'aire (**u.a.**), de la surface qui est coloriée lors de l'étape n est égale au terme v_n de la suite définie dans la question **III-A-1-**.

III-B-5-a- Que vaut l'aire, en **u.a.**, de la surface totale coloriée à l'issue de l'étape n ?

III-B-5-b- Déterminer le nombre d'étapes minimal nécessaire pour colorier au moins les trois quarts du carré initial. Justifier la réponse.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE III

III-A-1-a-	$v_2 = qv_1 = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $v_3 = qv_2 = \frac{9}{16}$
III-A-1-b-	Pour tout $n \geq 1$, $v_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$
III-A-2-a-	$A_1 = 1$ $\qquad$ $A_2 = \frac{7}{4}$ $\qquad$ $A_3 = \frac{37}{16}$
III-A-2-b-	Soit $n \geq 1$. Détail du calcul de A_n : $A_n = v_1 + \ldots + v_n = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = \frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n}{1-\frac{3}{4}} = 4 \times \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$
III-A-2-c-	$(A_n)_{n\geq 1}$ est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n = 4$. En effet : Comme $\left\lvert\frac{3}{4}\right\rvert < 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$ et donc $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n = 4(1-0) = 4$.
III-A-2-d-	$n_0 = 5$. En effet : $A_n \geq 3 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \geq \frac{3}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow n \ln\left(\frac{3}{4}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)}$ (car $\ln\left(\frac{3}{4}\right) < 0$). De plus $\frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)} \approx 4,81$
III-B-1-	Étape 3 
III-B-2-a-	$k_3 = 9$
III-B-2-b-	Pour tout $n \geq 1$, $k_{n+1} = 3k_n$
III-B-2-c-	Pour tout $n \geq 1$, $k_n = 3^{n-1}$
III-B-3-a-	$c_1 = 1$ $\qquad$ $c_2 = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $c_3 = \frac{1}{4}$
III-B-3-b-	Pour tout $n \geq 1$, $c_n = \frac{1}{2^{n-1}}$. En effet : $(c_n)_{n\geq 1}$ est une suite géométrique de premier terme $c_1 = 1$ et de raison $\frac{1}{2}$.
III-B-4-	L'aire, en **u.a.**, de la surface qui est coloriée lors de l'étape n est égale à v_n En effet : elle vaut $k_n \times (c_n)^2 = 3^{n-1} \times \left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = v_n$
III-B-5-a	L'aire, en **u.a.**, de la surface **totale** coloriée à l'issue de l'étape n, vaut : $v_1 + v_2 + \ldots + v_n = A_n$
III-B-5-b-	On a colorié au moins les trois quarts du carré initial à l'issue de l'étape $n_0 = 5$ En effet : l'aire du carré initial vaut 4. Donc $A_n \geq \frac{3}{4} \times 4 \Leftrightarrow A_n \geq 3 \Leftrightarrow n \geq n_0$.

EXERCICE IV

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 9.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère :

- les points A, B, C, D et E de coordonnées respectives :
  $A(0;4;-1)$, $B(-2;4;-5)$, $C(1;1;-5)$, $D(1;0;-4)$, $E(-1;2;-3)$;
- la droite $\mathcal{D}$ définie par le système d'équations paramétriques :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -3+k \\ y & = & k \\ z & = & -5+k \end{array}\right. \text{, avec } k \in \mathbb{R}\,;$$

- le plan $\mathcal{P}_1$ d'équation cartésienne : $x+2z+7=0$.

IV-1-a- Donner les coordonnées d'un vecteur normal $\overrightarrow{n_1}$ au plan $\mathcal{P}_1$.

IV-1-b- Soit I le milieu du segment $[AB]$. Montrer que I appartient au plan $\mathcal{P}_1$.

IV-1-c- Montrer que la droite (AB) est orthogonale au plan $\mathcal{P}_1$.

IV-2- Soit $\mathcal{P}_2$ le plan d'équation cartésienne : $x-y+d=0$, où d désigne un réel.

IV-2-a- Donner les coordonnées d'un vecteur normal $\overrightarrow{n_2}$ au plan $\mathcal{P}_2$.

IV-2-b- Soit J le point de coordonnées $(-\frac{1}{2};\frac{5}{2};-5)$.
Déterminer d pour que J appartienne au plan $\mathcal{P}_2$. Justifier la réponse.

IV-3-a- Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

IV-3-b- Calculer les coordonnées du milieu K du segment $[CD]$.

IV-3-c- Soit $\mathcal{P}_3$ le plan passant par K et orthogonale à la droite (CD).
Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_3$. Justifier la réponse.

IV-4- Le but de cette question est de prouver que les plans $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ ont comme seul point commun, le point E.

IV-4-a- Justifier que les plans $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont sécants et que leur droite d'intersection est la droite $\mathcal{D}$.

IV-4-b- Montrer que la droite $\mathcal{D}$ coupe le plan $\mathcal{P}_1$ au point E.

IV-5-a- Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{ED}$.

IV-5-b- Donner les distances EA, EB, EC et ED. Détailler le calcul pour ED.

IV-5-c- On en déduit que A, B, C et D appartiennent à une sphère $\mathcal{S}$ dont on précisera le centre et le rayon R. Justifier la réponse.

IV-5-d- Donner une équation cartésienne de la sphère $\mathcal{S}$.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE IV

<table>
<tr><td>IV-1-a-</td><td colspan="2">$\overrightarrow{n_1}$ $(1\,;0\,;2)$</td></tr>
<tr><td>IV-1-b-</td><td colspan="2">I appartient au plan $\mathcal{P}_1$. En effet :
Les coordonnées de $I(-1\,;4\,;-3)$ vérifient l'équation de P_1 : $-1+2\times(-3)+7=0$.</td></tr>
<tr><td>IV-1-c-</td><td colspan="2">La droite (AB) est orthogonale au plan $\mathcal{P}_1$. En effet :
Son vecteur directeur $\overrightarrow{AB}(-2\,;0\,;-4)$ vérifie $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{n_1}$.</td></tr>
<tr><td>IV-2-a-</td><td colspan="2">$\overrightarrow{n_2}$ $(1\,;-1\,;0)$</td></tr>
<tr><td>IV-2-b-</td><td colspan="2">$d=3$. En effet : les coordonnées de J $(-\frac{1}{2}\,;\frac{5}{2}\,;-5)$ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_2$:
$-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+d=0$ soit $-3+d=0$.</td></tr>
<tr><td>IV-3-a-</td><td>$\overrightarrow{CD}$ $(0\,;-1\,;1)$</td><td>IV-3-b- K $(1\,;\frac{1}{2}\,;-\frac{9}{2})$</td></tr>
<tr><td>IV-3-c-</td><td colspan="2">Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_3$: $-y+z+5=0$. En effet :
P_3 ayant pour vecteur normal $\overrightarrow{CD}$ $(0\,;-1\,;1)$, une équation cartésienne de P_3 est de la forme $-y+z+d=0$.
Les coordonnées de K $(1\,;\frac{1}{2}\,;-\frac{9}{2})$ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_3$: $-\frac{1}{2}-\frac{9}{2}+d=0$ soit $-5+d=0$.</td></tr>
<tr><td>IV-4-a-</td><td colspan="2">Les plans $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont sécants et $\mathcal{P}_2\cap\mathcal{P}_3=\mathcal{D}$. En effet :
Les plans sont sécants car leurs vecteurs normaux $\overrightarrow{n_2}$ $(1\,;-1\,;0)$ et $\overrightarrow{CD}$ $(0\,;-1\,;1)$ ne sont pas colinéaires.
De plus, tout point de $\mathcal{D}$ appartient à $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ car :
Pour tout $k\in\mathbb{R}$, $-3+k-k+3=0$ et $-k-5+k+5=0$</td></tr>
<tr><td>IV-4-b-</td><td colspan="2">La droite $\mathcal{D}$ coupe le plan $\mathcal{P}_1$ au point E. En effet : Soit $M(x;y;z)$.
$M\in\mathcal{D}\cap\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow x+2z+7=0$ et il existe $k\in\mathbb{R}$ tel que $\begin{cases} x+2z+7=0\\ x=-3+k\\ y=k\\ z=-5+k\end{cases}$
Ce qui donne $-3+k+2(-5+k)+7=0$ soit $3k-6=0$ et donc $k=2$.
Alors $x=-1\,;y=2\,;z=-3$. D'où $M=E$.</td></tr>
<tr><td>IV-5-a-</td><td>$\overrightarrow{EA}$ $(1\,;2\,;2)$
$\overrightarrow{EC}$ $(2\,;-1\,;-2)$</td><td>$\overrightarrow{EB}$ $(-1\,;2\,;-2)$
$\overrightarrow{ED}$ $(2\,;-2\,;-1)$</td></tr>
<tr><td>IV-5-b-</td><td colspan="2">$EA=3$ $EB=3$ $EC=3$
$ED=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{9}=3$</td></tr>
<tr><td>IV-5-c-</td><td colspan="2">La sphère $\mathcal{S}$ a pour centre E et pour rayon $R=3$. En effet :
$EA=EB=EC=ED=3$</td></tr>
<tr><td>IV-5-d-</td><td colspan="2">Equation cartésienne de la sphère $\mathcal{S}$:
$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$</td></tr>
</table>