Vous trouverez ci-dessous une proposition de correction.
Pour certaines questions, il est toutefois possible qu'une (ou plusieurs) autre(s) réponse(s) correcte(s) soi(en)t acceptée(s).

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE I

I-1- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** **C** $\boxed{D}$

I-2- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ En effet : $\frac{\ln x}{x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$ et $\lim\limits_{X\to 0} e^X = 1$

I-3- $\Delta : \; \boldsymbol{y = 1}$

I-4- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0$ En effet : $\ln x \xrightarrow[x\to 0^+]{} -\infty$ donc $\frac{\ln x}{x} \xrightarrow[x\to 0^+]{} -\infty$ et $\lim\limits_{X\to -\infty} e^X = 0$

I-5- Soit $x > 0$. Détail du calcul de $g'(x)$:

$$g'(x) = \frac{x\times\frac{1}{x} - 1\times\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$$

I-6- Pour tout $x > 0$, $h(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{\ln x}{x}}$ et $h(x)$ est de signe positif

I-7

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	**0**	$-$	
$f(x)$	**0**	$\nearrow$	$f(e)$	$\searrow$	**1**

I-8-

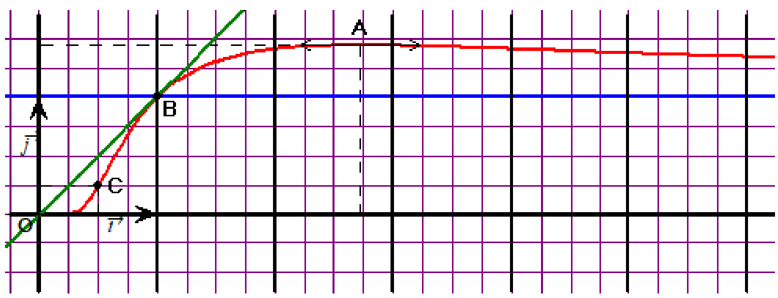
$y_A = \boldsymbol{e^{\frac{1}{e}}}$

$y_A \approx \boldsymbol{1,4}$

I-9- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

I-10- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ **B** **C** $\boxed{D}$

I-11-



I-12-

Affirmation **A :** $\boxed{\textbf{VRAIE}}$ **FAUSSE**

Affirmation **B :** **VRAIE** $\boxed{\textbf{FAUSSE}}$

Affirmation **C :** **VRAIE** $\boxed{\textbf{FAUSSE}}$

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE II

II-1- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ B C $\boxed{D}$

II-2- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : A B $\boxed{C}$ D

II-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : A B $\boxed{C}$ D

II-4- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ B C D

II-5-

x	**2**	**4**	**6**	$-m$
$P(G_1 = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

II-6- $P_1 = \frac{1}{2}$

II-7- $E(G_1) = \quad 2 - \frac{m}{2}$

En effet : $E(G_1) = 2 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + (-m) \times \frac{1}{2}$

II-8- $E(G_1) \geq 0$ si et seulement si $m \leq 4$

II-9- $P_2 = \quad \frac{1}{6}$

En effet :
$$\begin{aligned} P_2 &= P(G_T = 0) \\ &= P\big((G_1 = 4) \cap (G_2 = -4)\big) + P\big((G_1 = -4) \cap (G_2 = 4)\big) \\ &= P(G_1 = 4) \times P(G_2 = -4) + P(G_1 = -4) \times P(G_2 = 4) \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \end{aligned}$$

II-10- Loi suivie par X : $X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$

II-11- $q_n = \quad 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

II-12- $n_0 = \quad 7$

En effet :
$$\begin{aligned} q_n > 0{,}99 &\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0{,}99 \\ &\Leftrightarrow (0{,}5)^n < 0{,}01 \\ &\Leftrightarrow n \ln(0{,}5) < \ln(0{,}01) \\ &\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}5)} \qquad (\text{car } \ln(0{,}5) < 0) \end{aligned}$$

De plus $\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}5)} \approx 6{,}64$

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE III

III-1-

Affirmation **A :**	**VRAIE**	$\boxed{\textbf{FAUSSE}}$
Affirmation **B :**	$\boxed{\textbf{VRAIE}}$	**FAUSSE**
Affirmation **C :**	$\boxed{\textbf{VRAIE}}$	**FAUSSE**
Affirmation **D :**	**VRAIE**	$\boxed{\textbf{FAUSSE}}$

III-2- Les points appartenant au plan $\mathcal{P}$ sont : B et C

III-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{\boldsymbol{C}}$ $\boxed{\boldsymbol{D}}$

III-4- Un système d'équations paramétriques de la droite $\mathcal{D}$ est :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

III-5- $x_K = \frac{7}{6}$ $y_K = \frac{5}{6}$ $z_K = \frac{4}{3}$ En effet :

$K \in \mathcal{D} \cap \mathcal{P}$. Donc $x_K - y_K + 2z_K - 3 = 0$ et il existe t tel que $\begin{cases} x_K = 1 + t \\ y_K = 1 - t \\ z_K = 1 + 2t \end{cases}$

ce qui donne $(1 + t) - (1 - t) + 2(1 + 2t) - 3 = 0$ soit $6\,t - 1 = 0$ d'où $t = \frac{1}{6}$

III-6- $\overrightarrow{\boldsymbol{BC}} \left(1 \ ; \ 0 \ ; \ -\frac{1}{2} \right)$

III-7- Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$: $2x - z - 1 = 0$

III-8- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** $\boxed{\boldsymbol{B}}$ **C** **D**

III-9- $x_H = \mathbf{\frac{6}{5}}$ $y_H = \mathbf{1}$ $z_H = \mathbf{\frac{7}{5}}$

III-10- Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_2$: $x - y + 2z - 2 = 0$ En effet :

$\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}$ étant parallèles, ils ont mêmes vecteurs normaux.
Donc $\mathcal{P}_2$ a une équation de la forme : $x - y + 2z + d = 0$
Comme $\mathcal{P}_2$ passe par $A(1; 1; 1)$, ses coordonnées vérifient l'équation de $\mathcal{P}_2$.
On a donc : $1 - 1 + 2 + d = 0$. D'où $d = -2$

III-11- $d = \mathbf{\frac{\sqrt{6}}{6}}$ En effet :

$d = AK$ avec $\overrightarrow{AK} = \left(\frac{1}{6} \ ; -\frac{1}{6} \ ; \frac{1}{3}\right)$

d'où $d = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{36}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

III-12-

Affirmation **A :**	$\boxed{\textbf{VRAIE}}$	**FAUSSE**
Affirmation **B :**	**VRAIE**	$\boxed{\textbf{FAUSSE}}$
Affirmation **C :**	$\boxed{\textbf{VRAIE}}$	**FAUSSE**
Affirmation **D :**	$\boxed{\textbf{VRAIE}}$	**FAUSSE**

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE IV

IV-1- Forme algébrique de z_A :

$z_A = \quad 2 + 2\sqrt{3}\,i$

Module de z_A :

$|z_A| = \quad \sqrt{4+12} = 4$

Forme exponentielle de z_A :

$z_A = \quad 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right) = 4\,e^{\frac{i\pi}{3}}$

IV-2- Forme algébrique de z_C :

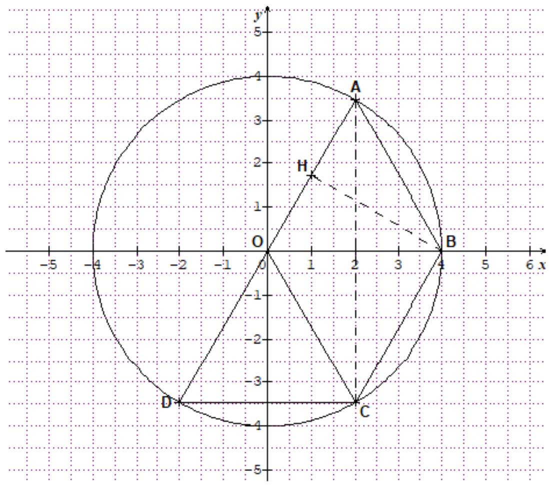
$z_C = \quad 2 - 2\sqrt{3}\,i$

Forme exponentielle de z_C :

$z_C = \quad 4\,e^{-\frac{i\pi}{3}}$

IV-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ **D**

IV-4-



IV-5-

Le triangle OAB est

équilatéral

Le quadrilatère $ABCD$ est

un trapèze

IV-6- $z_H = \frac{1}{2} z_A$ et donc $z_H = \quad 1 + \sqrt{3}\,i$ En effet :

Le triangle OAB étant équilatéral, la hauteur issue de B est aussi la médiane.
Donc H est le milieu du segment $[OA]$

IV-7- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ **D**

IV-8- $\ell_1 = \quad 4$ $\qquad \ell_2 = \quad 4\sqrt{a^2-1}$

IV-9- Le quadrilatère $OABC$ est un carré si et seulement si $a = \sqrt{2}$ En effet :

$OABC$ est un carré $\Leftrightarrow \ell_1 = \ell_2 \Leftrightarrow 1 = \sqrt{a^2-1} \Leftrightarrow a^2 - 1 = 1$
(car deux nombres positifs sont égaux ssi leurs carrés sont égaux)
$\Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$ ou $a = -\sqrt{2}$
or $a > 1$, donc il y a une seule solution $a = \sqrt{2}$

IV-10- (E) admet deux racines complexes non réelles. En effet :

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4\,a^2 = 16(1-a^2) < 0$

IV-11- $z_1 = \quad 2 + 2\,i\sqrt{a^2-1}$ $\qquad z_2 = \quad 2 - 2\,i\sqrt{a^2-1}$

IV-12- $\mathcal{E}' = \quad \left\{ 0\ ;\ 2 + 2\,i\sqrt{a^2-1}\ ;\ 2 - 2\,i\sqrt{a^2-1} \right\}$

Justifications aux QCM et VRAI-FAUX

EXERCICE I
Question 1
$1 - \ln x \geq 0 \iff \ln x \leq 1 \iff x \leq e$
Question 9
$f(1) = e^{\frac{ln1}{1}} = e^0 = 1$ et $f'(1) = (1 - ln1)\frac{1}{1^2}e^0 = 1$.
Donc T_B a pour équation : $y = 1(x-1) + 1$ *soit* $y = x$.
Question 10
$y_C = e^{\frac{ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}} = e^{2ln\frac{1}{2}} = e^{-2ln2} = \frac{1}{e^{2ln2}} = \frac{1}{e^{ln4}} = \frac{1}{4}$
Question 12
Voir tableau de variations
B) est fausse car pour $m = y_A$, l'équation admet une solution
C) est fausse car pour m = 1, l'équation n'admet qu'une seule solution (attention, ne pas tenir compte de la limite)

EXERCICE II
Question 1
$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}1$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}6 - 0{,}1 = 0{,}9$
Question 2
$P_{(X>4)}(5 \leq X \leq 10) = \frac{P(5 \leq X \leq 10)}{P(X>4)} = \frac{\frac{5}{15}}{\frac{14}{15}} = \frac{5}{14}$
Question 3
$P(2 \leq X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 2) = \left(1 - e^{-5\lambda}\right) - \left(1 - e^{-2\lambda}\right) = e^{-2\lambda} - e^{-5\lambda}$
Question 4
$P\big(X > E(X)\big) = P\left(X > \frac{1}{\lambda}\right) = e^{-\frac{1}{\lambda}\times\lambda} = e^{-1} = \frac{1}{e}$

EXERCICE III
Question 1
Ce sont des théorèmes de cours
Question 3
Un vecteur normal est donné par les coefficients de x, y et z dans l'équation cartésienne du plan. Il s'agit donc de $\overrightarrow{n_3}$ ainsi que de $\overrightarrow{n_4}$ qui lui est colinéaire.
Question 8
Coordonnées de $\overrightarrow{BC}(1\,;0\,;\,-\frac{1}{2})$; donc les seuls vecteurs directeurs possibles de (BC) sont les vecteurs qui lui sont colinéaires, comme par exemple le vecteur de coordonnées $(-2\,;0\,;1)$. Donc seule la réponse B) convient.
Question 12
Le point H est un point de (BC) donc les droites (HK) et (BC) sont sécantes (en H) et par conséquent coplanaires. (de plus elles sont toutes les deux contenues dans le plan $\mathcal{P}$.
De plus $\overrightarrow{HK}(\frac{7}{6} - \frac{6}{5}; \frac{5}{6} - 1\,;\, \frac{4}{3} - \frac{7}{5})$ soit $\overrightarrow{HK}(-\frac{1}{30}; -\frac{1}{6}\,;\, -\frac{1}{15})$.
Donc $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{HK} = 1 \times \left(-\frac{1}{30}\right) + 0 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{30} + \frac{1}{30} = 0$ donc les droites (BC) et (HK) sont orthogonales car leurs vecteurs directeurs le sont.

EXERCICE IV
Question 3
$z_D = -z_A = e^{i\pi} \times 4e^{\frac{2i\pi}{3}} = 4e^{i\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} = 4e^{\frac{5i\pi}{3}} = 4e^{-\frac{i\pi}{3}}$ (Attention, le module doit être positif !)
Question 7
$\mathcal{A} = \frac{(BC+AD)\times BH}{2} = \frac{(4+8)\times 2\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$; en effet $z_{\overrightarrow{BH}} = 1 + i\sqrt{3} - 4 = -3 + i\sqrt{3}$ donc $BH = \sqrt{(-3)^2 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$