EXERCICE I

On se propose de synthétiser la molécule (E), qui est utilisée comme arôme artificiel de banane.
Le composé (E) est obtenu par réaction entre un acide carboxylique (A) = CH_3COOH et un alcool (B) = $CH_3CH_2CH_2CH_2OH$.

Données :
$M(H) = 1{,}0\ g.mol^{-1}$; $M(C) = 12{,}0\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16{,}0\ g.mol^{-1}$;
Masses volumiques dans les conditions de la réaction : $\rho(A) = 1{,}052\ g.mL^{-1}$; $\rho(B) = 0{,}804\ g.mL^{-1}$.
$pK_A\ (CH_3COOH / CH_3COO^-) = 4{,}8$; $pK_E = 14$

I-1- Nommer (A) et (B)

I-2- Comment nomme-t-on le type de réaction qui intervient entre (A) et (B) ?

I-3- Ecrire l'équation l'équation-bilan qui permet de synthétiser (E) en faisant apparaître sa formule semi-développée.

La réaction est menée à partir de 0,5 *mol* d'acide (A) à la température de 22°C.

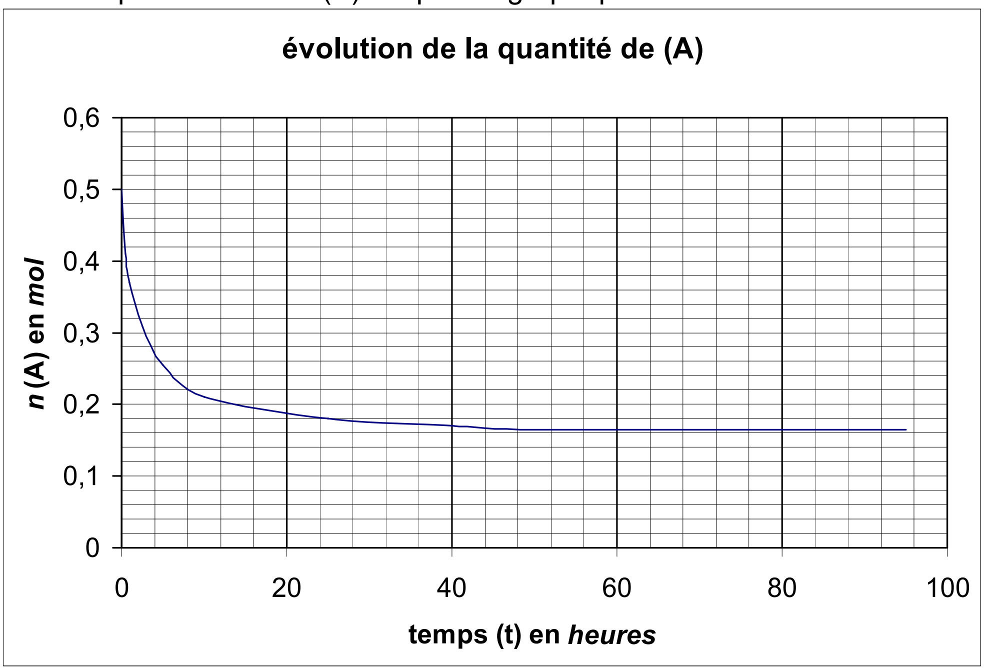
I-4- Quel volume de l'alcool (B) doit-on prélever pour que les deux réactifs soient en même quantité (mélange équimolaire) ?

On peut suivre l'évolution de réaction de synthèse de (E) en dosant la quantité d'acide (A) restante par une solution aqueuse de soude.

I-5- Ecrire l'équation-bilan du dosage de l'acide (A) par la soude.

I-6- Calculer la constante d'équilibre associée à cette réaction de dosage.

L'évolution de la quantité d'acide (A) est portée graphiquement :



I-7- A l'aide du graphique, déterminer la quantité la quantité de (E) finale produite.

I-8- Déduire de ces données expérimentales le taux d'avancement final τ .

I-9- Quelle quantité d'acide et d'alcool (en mélange équimolaire) devrait-on mettre en œuvre pour synthétiser 0,5 mol de E ?

I-10- On envisage de modifier le protocole expérimental. Indiquer dans le tableau situé dans le document réponse, l'effet sur respectivement la vitesse de réaction et/ou le taux d'avancement : « + » pour une augmentation, « - » pour une diminution et « o » si la modification de protocole est sans effet.

NB : Les modifications de protocole sont menées indépendamment les unes des autres. Toute case vide sera considérée comme une absence de réponse.

REPONSES A L'EXERCICE I

I-1- Nom A **: acide éthanoîque** Nom B : **butan-1-ol**

I-2- Nom de la réaction : **estérification**

I-3- Equation-bilan : $\mathbf{CH_3COOH + CH_3CH_2CH_2CH_2OH \rightarrow CH_3COO\ CH_2CH_2CH_2CH_3 + H_2O}$

I-4- Volume : **V(B) = 46 *m*L**

I-5- Equation-bilan : $\mathbf{CH_3COOH + HO^- \rightarrow CH_3COO^- + H_2O}$

I-6- Constante d'équilibre : $\mathbf{K = 1{,}6\ .\ 10^9}$

I-7- Quantité $\boldsymbol{n\ (E)_{final} = 0{,}34\ mol}$

I-8- Taux d'avancement $\tau = \mathbf{67\ \%}$

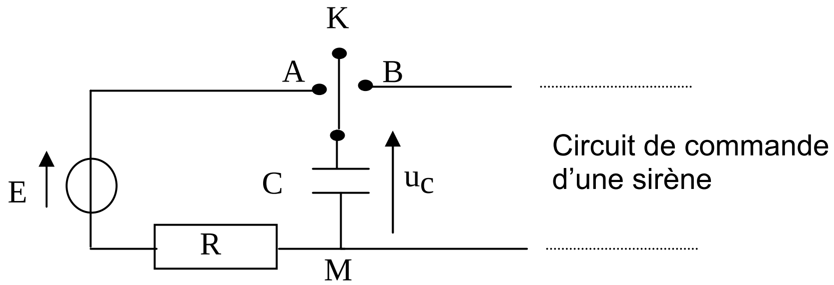
I-9 Quantité $\boldsymbol{n\ (A) = 0{,}75\ mol}$ $\boldsymbol{n\ (B) = 0{,}75\ mol}$

I-10

Modification effectuée	Effet sur vitesse de réaction	Effet sur taux d'avancement
Ajout de 0,1 mL H_2SO_4 concentré	**+**	**o**
Ajout de 0,1 mg de chlorure de sodium	**o**	**o**
Ajout de 50 mL d'eau pure	**-**	**-**
Augmentation de la température	**+**	**o**

EXERCICE II

Afin de protéger ses secrets cachés au fond d'un petit coffre, une jeune fille astucieuse a imaginé le dispositif d'alarme représenté par le schéma ci-dessous.



Lorsque le coffre est fermé, l'interrupteur K est en position A, le condensateur de capacité C se charge. Dès l'ouverture du coffre, l'interrupteur bascule en position B et le condensateur se décharge dans le circuit de commande de la sirène.

Etude du circuit de charge :

Le circuit de charge du condensateur est constitué d'une alimentation de f.e.m. **E = 18 V**, d'un résistor de résistance **R = 47 *k*Ω** et du condensateur de capacité C.
L'interrupteur K bascule en position A à l'instant t = 0 de la fermeture du coffre.

II-1- Quelle est l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant circulant dans ce circuit de charge, en fonction de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur ? Préciser son sens de circulation dans le circuit (de A vers M ou de M vers A)

II-2- Justifier que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ est de la forme :

$$u_C(t) + \tau \frac{du_c(t)}{dt} = E.$$

II-3- Quelle est l'expression de la constante τ en fonction des éléments du circuit ?

II-4- Quelle sont les valeurs de l'intensité du courant $i(t)$ et de $u_C(t)$ en régime permanent ?

II-5- Vérifier après l'avoir dérivée par rapport au temps que l'expression $u_C(t) = A\,(1 - \exp(-t/\tau))$ est solution de l'équation différentielle pour une valeur de la constante **A** à préciser.

II-6- On considère que le régime permanent est atteint au bout de 5 τ. Quelle est la valeur de la capacité du condensateur qui permet une charge en 50 s ?

Déclenchement de la sirène, le condensateur étant chargé :

On modélisera simplement le circuit de commande de la sirène par un résistor de résistance R_a **= 4,70 MΩ**.

II-7-a- Représenter le schéma du circuit lorsque l'interrupteur K a basculé en position B, à l'instant t' = 0 d'ouverture du coffre. Indiquer par une flèche la tension $u_C(t')$ aux bornes du condensateur de manière à ce qu'elle soit positive.

II-7-b- Donner, en la justifiant, l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t')$?

II-7-c- Vérifier que l'expression $u_C(t') = B \exp(-t'/\tau')$ est solution de l'équation différentielle. Préciser l'expression de τ'. Donner, en la justifiant, la valeur de **B**.

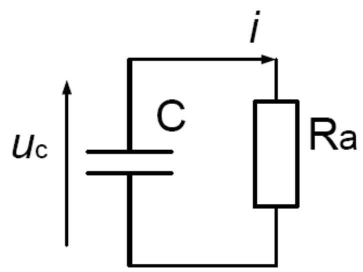
II-7-d- Quelle est la valeur de τ' ?

La sirène ne se déclenche que si la tension aux bornes de son circuit de commande est supérieure à U_{min} **= 6,6 V**.

II-8- Quelle est la relation entre $u_C(t')$et $u_{Ra}(t')$, la tension aux bornes du circuit de commande de la sirène ?

II-9- Pendant combien de temps après l'ouverture du coffre, fonctionnera la sirène ?

REPONSES A L'EXERCICE II

II-1- Intensité : $i(t) = C \dfrac{du_c(t)}{dt}$	Sens de circulation : **A vers M**
II-2- Justification : $E = R\,i + u_C = R\,C \dfrac{du_c(t)}{dt} + u_C$	
II-3- Constante temps : $\tau = RC$	
II-4- Régime permanent : $i(t) = 0$	$u_C(t) = E = 18$ V
II-5- $\dfrac{du_c(t)}{dt} = \dfrac{A}{\tau} \exp\left(\dfrac{-t}{\tau}\right)$	**A = E**
II-6- Capacité : **C = 0,21 mF**	
II-7-a- Schéma : 	**II-7-b-** Equation différentielle : $i' = -C \dfrac{du_c}{dt'}$ et $u_c = R_a\, i$ $R_a C \dfrac{du_c(t)}{dt} + u_C = 0$
II-7-c- $\dfrac{du_c(t')}{dt'} = \dfrac{-B}{\tau'} \exp\left(\dfrac{-t'}{\tau'}\right)$ **B** = **E** justification : **car** $u_C(t'=0) = E$	$\tau' = R_aC$
II-7-d- $\tau' = 1000\ s$	**II-8-** Relation : $u_C(t') = u_{Ra}(t')$
II-9- Expression littérale $\Delta t = \tau' \exp(-18/6,6)$	Application numérique $\Delta t = 1000\ s$

EXERCICE III

Le radium (dont le nom est forgé à partir du latin *radius* -rayon- en même temps que radioactivité) fut découvert par Marie Curie et son mari Pierre en 1898 par extraction de la pechblende. Il est fortement radioactif et de ce fait est utilisé dans la lutte contre le cancer.

Le noyau de radium 226 est représenté symboliquement par ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

III-1- Donner le nom et la signification du nombre 88 et du nombre 226.

Lorsqu'il se désintègre, il se transforme en un noyau de radon en éjectant une particule alpha (noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$). Le radon est noté symboliquement ${}^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{x}}\mathrm{Rn}$.

III-2- Ecrire l'équation de désintégration du radium 226 en précisant les valeurs de ***x*** et ***y***

La masse des noyaux est donnée en unité de masse atomique (u) : 1 u = $1{,}66054.10^{-27}$ *kg*

m(Ra) = 225,97701 u ;
m(He) = 4,00150 u ;
m(Rn) = 221,97029 u
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00.10^{8}$ $m.s^{-1}$
1 eV = $1{,}60.10^{-19}$ J

III-3- Ecrire l'expression littérale, en fonction des données, de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226.
Calculer la valeur de cette énergie en Joules puis la convertir en MeV

On rappelle que l'activité d'un échantillon est donnée par la relation **A(*t*) = λ.N(*t*)**, où **λ** représente la constante radioactive et **N** le nombre de noyaux radioactifs.

Données : Constante radioactive du radium 226 : $\lambda = 1{,}4.10^{-11}$ s^{-1}
Masse molaire du radium 226 : M = 226 $g.mol^{-1}$
Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}

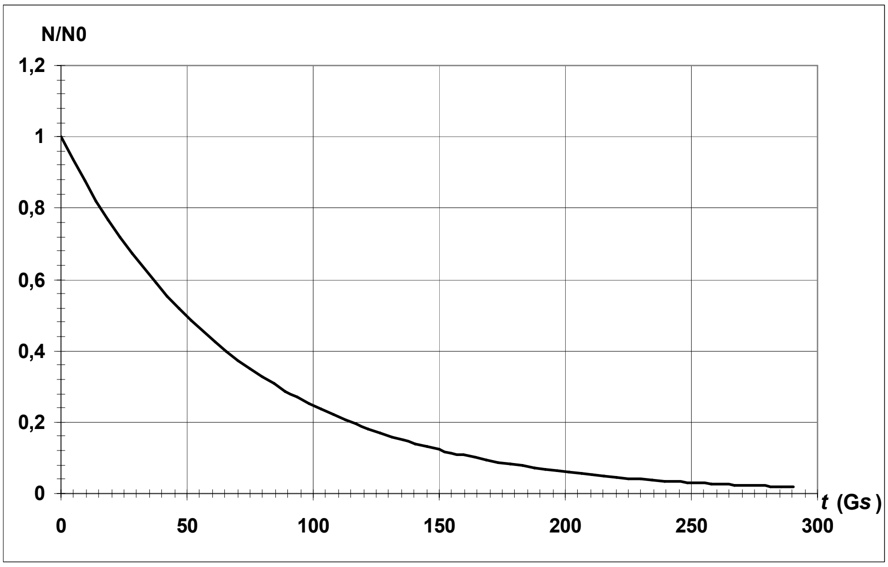
III-4- Exprimer **N** en fonction de **M**, $\mathbf{N_A}$ et la masse ***m*** de l'échantillon ne contenant que du radium 226.

III-5- A t=0, on considère que la masse $\boldsymbol{m_0}$ de radium 226 est d'un gramme. Calculer $\mathbf{N_0}$.

III-6- En déduire l'activité $\mathbf{A_0}$ du radium contenu dans l'échantillon.

III-7- Combien de noyaux radioactifs restera-t-il au bout de 50 ans ?

III-8- A l'aide de la courbe ci-jointe, retrouver la valeur de λ (pour cela, vous donnerez la ou les valeurs numériques extraites de la courbe et les calculs nécessaires).



REPONSES A L'EXERCICE III

III-1-	Signification de « 88 » : **nombre de protons** Nom : **numéro atomique** Signification de « 226 » : **nombre de nucléons** Nom : **nombre de masse**	
III-2-	Equation : $^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{222}_{86}Rn$	
III-3-	Energie libérée Expression littérale : $E_l = (m(Ra) - m(Rn) - m(He))\, c^2$ Applications numériques : $E_l = 7{,}8 \cdot 10^{-13}$ J $E_l = 4{,}88$ MeV	
III-4-	Nombre $N = N_A \dfrac{m}{M}$	**III-5-** $N_0 = 2{,}66 \cdot 10^{21}$ atomes
III-6-	Activité : $A_0 = 3{,}73 \cdot 10^{10}$ Bq	
III-7-	N (t = 50 ans) = $2{,}60 \cdot 10^{21}$ atomes	
III-8-	Justification **Graphiquement, la durée est demi-vie vaut $t_{½} = 50 \cdot 10^9$ s** **Or $\ln 2 = \lambda\, t_{½}$ donc $\lambda = 1{,}4 \cdot 10^{-11}$ s^{-1}**	

EXERCICE IV

Un terrain de tennis est un rectangle de longueur l = 23,8 m et de largeur L = 8,23 m, séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur sera supposée constante et égale à h = 1 m.
Le lancer de balle au service doit s'effectuer de telle façon que la balle passe au dessus du filet pour rebondir dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à une distance d = 6,4 m du filet. **Figure 1**
Le joueur, dont les pieds posés au sol sont situés au point O, frappe la balle avec sa raquette en un point A placé à la verticale de O tel que OA = H = 2 m, et souhaite l'envoyer en un point B situé dans l'angle opposé du rectangle de service.

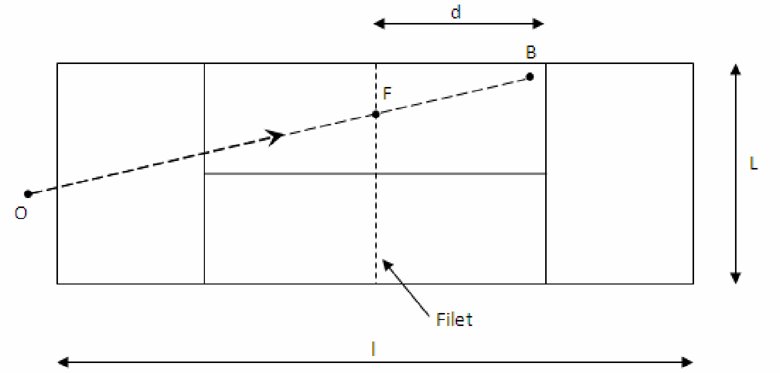


figure 1

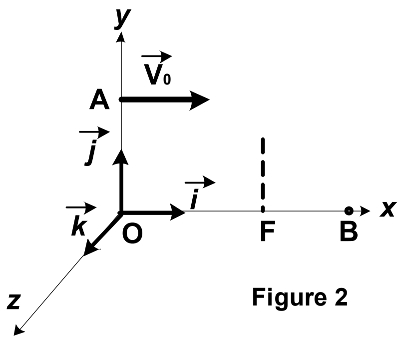


Figure 2

Le mouvement de la balle est étudié dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de coordonnées respectives x, y et z. **Figure 2**

<u>Hypothèses</u> : La balle de masse M est considérée ponctuelle.
L'action de l'air est supposée négligeable.

<u>Données</u> : Vecteur accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g\,\vec{j}$ avec g = 9,81 m.s^{-2}.
OF = 12,2 m où F est le point à la base du filet.
V_0= 25 $m.s^{-1}$ (90 km/h).

Au cours de son mouvement, la balle n'est soumise qu'à son poids, force verticale, dirigée vers le bas et d'intensité Mg. L'application de la seconde loi de NEWTON s'écrit : $\mathbf{M}\,\vec{g} = \mathbf{M}\,\vec{a}$ avec $\vec{a}$ le vecteur accélération de la balle.

<u>Premier service :</u> En A à l'instant t_0=0, la position initiale de la balle est donnée par : x(0)=0, y(0)= H et z(0)=0. Son vecteur vitesse est horizontal et vaut : $\vec{V}(0) = \vec{V}_0 = V_0\,\vec{i}$ **Figure 2**

IV-1- Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ à l'instant t.

IV-2- Déterminer les équations horaires paramétriques de $x(t)$, $y(t)$, et $z(t)$.

IV-3- Expliquer pourquoi le mouvement de la balle a lieu dans le plan (Oxy).

IV-4- Etablir l'équation littérale de la trajectoire de la balle dans le plan (Oxy).

IV-5- Calculer la hauteur y_F de la balle quand elle atteint le filet (x_F = OF), et montrer ainsi que <u>le service est déclaré faute</u>, c'est-à-dire y_F < h.

Second service : En A à l'instant t_0=0, la position initiale de la balle est identique à celle du premier service (I), mais son vecteur vitesse initiale est désormais incliné d'un angle α avec l'horizontale et vaut donc $\vec{\mathbf{V}}(\mathbf{0}) = \mathbf{V_0}\ \cos\alpha\ \vec{i} + \mathbf{V_0}\ \sin\alpha\ \vec{j}$.

IV-6- Déterminer les nouvelles composantes du vecteur vitesse $\vec{\mathbf{V}}(t)$ à l'instant *t*.

IV-7- Déterminer les nouvelles équations horaires paramétriques de $x(t)$, $y(t)$, et $z(t)$.

IV-8- Etablir l'équation littérale de la trajectoire de la balle dans le plan (Oxy).

IV-9- $\alpha = \pi/100$ rd. L'angle α étant petit, on peut poser $\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = \alpha$ et $\tan\alpha = \alpha$ pour simplifier l'équation de la trajectoire. Montrer que la balle passe au-dessus du filet en calculant la hauteur y_F de la balle quand elle atteint le filet (x_F = OF).

IV-10- Montrer alors que le service est déclaré bon (distance OB inférieure à 18,7m) en calculant l'abscisse x_B de la balle lors de son impact avec le sol en B, donc pour y_B= 0.

REPONSES A L'EXERCICE IV

IV-1-	$V_x(t) = V_0$	$V_y(t) = -g\,t$	$V_z(t) = 0$
IV-2-	$x(t) = V_0\,t$	$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + H$	$z(t) = 0$
IV-3-	Explication : **Les forces et la vitesse initiale sont contenues uniquement dans le plan (Oxy).**		
IV-4-	Equation trajectoire : $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 + H$		
IV-5-	$y_F = 0{,}83\ m$		
IV-6-	$V_x(t) = V_0\cos\alpha$	$V_y(t) = -gt + V_0\sin\alpha$	$V_z(t) = 0$
IV-7-	$x(t) = V_0\cos\alpha\ t$	$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + V_0\sin\alpha\ t + H$	$z(t) = 0$
IV-8-	Equation trajectoire : $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\alpha}\right)^2 + x\tan\alpha + H$		
IV-9-	$y_F = 1{,}22\ m$	**IV-10-** $x_B = 18{,}1\ m$	