

**Exercice 1****Panorama déterminant 4x4 - 6 niveaux de difficulté**

- 1. **A) Facile - M1 Triangulaire / quasi triangulaire** Calculer le déterminant en utilisant la structure triangulaire (éventuellement après une opération  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ ).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- 2. **B) Moins facile - M2 Laplace favorable** Calculer le déterminant par développement de Laplace sur la première ligne.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 3. **C) Difficile - M3 Matrice par blocs** Calculer le déterminant en exploitant la structure par blocs.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- 4. **D) Plus difficile - M4 Opérations élémentaires guidées** Calculer le déterminant en utilisant des opérations élémentaires guidées (2 ou 3 opérations).

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 6 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- 5. **E) Matrice dense - simplification par opérations** Calculer le déterminant de cette matrice dense en la simplifiant par opérations sur les lignes.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 1 & -2 \\ -5 & 1 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & -3 & 0 \\ 10 & -2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

- 6. **F) Matrice dense complexe - lignes, colonnes et facteur** Calculer le déterminant de cette matrice dense en combinant opérations sur lignes et colonnes.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 8 & -2 \\ 3 & 0 & 10 & -3 \\ -7 & 2 & -9 & 3 \\ 20 & -7 & 18 & -6 \end{pmatrix}$$