

**Exercice 1****Extrema sous contrainte en dimension 2 - panorama Lagrange**

- 1. **A - Facile (contrainte lineaire)** Déterminer les extrema globaux de  $f$  sur la contrainte donnée, par la méthode de Lagrange.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1$$

$$\text{Contrainte : } x + y = 0$$

- 2. **B - Facile (variante lineaire)** Déterminer les extrema globaux de  $f$  sur la contrainte donnée, par la méthode de Lagrange.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2$$

$$\text{Contrainte : } 3x + y = -12$$

- 3. **C - Moyen (cercle)** Déterminer le minimum et le maximum globaux de  $f$  sous la contrainte circulaire.

$$f(x, y) = 2x - 2y - 2$$

$$\text{Contrainte : } x^2 + y^2 = 8$$

- 4. **D - Difficile (ellipse generale + quadratique)** Déterminer les extrema globaux de  $f$  sur l'ellipse generale donnée.

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$\text{Contrainte : } 2x^2 + 3xy + 2y^2 = 7$$

- 5. **E - Plus difficile (ellipse generale + quadratique riche)** Déterminer les extrema globaux de  $f$  sur l'ellipse generale donnée.

$$f(x, y) = 3x^2 - 2xy + 3y^2$$

$$\text{Contrainte : } 2x^2 + 2xy + 2y^2 = 6$$