

Exercice 1**Extrema sous contrainte en dimension 2 - panorama Lagrange**

- 1. **A - Facile (contrainte lineaire)** Déterminer les extrema globaux de f sur la contrainte donnée, par la méthode de Lagrange.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y + 1$$

$$\text{Contrainte : } 2x + y = -2$$

- 2. **B - Facile (variante lineaire)** Déterminer les extrema globaux de f sur la contrainte donnée, par la méthode de Lagrange.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 4x - 4y + 2$$

$$\text{Contrainte : } -3x + y = -2$$

- 3. **C - Moyen (cercle)** Déterminer le minimum et le maximum globaux de f sous la contrainte circulaire.

$$f(x, y) = x + y + 3$$

$$\text{Contrainte : } x^2 + y^2 = 2$$

- 4. **D - Difficile (ellipse generale + quadratique)** Déterminer les extrema globaux de f sur l'ellipse generale donnée.

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$\text{Contrainte : } 2x^2 + 1xy + 2y^2 = 5$$

- 5. **E - Plus difficile (ellipse generale + quadratique riche)** Déterminer les extrema globaux de f sur l'ellipse generale donnée.

$$f(x, y) = 3x^2 - 2xy + 3y^2$$

$$\text{Contrainte : } 2x^2 + 1xy + 2y^2 = 5$$