Corrigé de l'exercice 1

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x^2 + 2x + 2)}{(3x + 2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (3x^2 + 2x + 2)$ et $v(x) = (3x + 2)$.
Donc $u'(x) = (6x + 2)$ et $v'(x) = 3$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(6x + 2)(3x + 2) - (3x^2 + 2x + 2)\,3}{(3x + 2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{9x^2 + 12x - 2}{9x^2 + 12x + 4}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(2x - 1)}{(3x + 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (2x - 1)$ et $v(x) = (3x + 5)$.
Donc $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 3$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{2\,(3x + 5) - (2x - 1)\,3}{(3x + 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{13}{9x^2 + 30x + 25}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(x + 2)}{(-5x + 3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (x + 2)$ et $v(x) = (-5x + 3)$.
Donc $u'(x) = 11$ et $v'(x) = -5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{11\,(-5x + 3) - (x + 2) - 5}{(-5x + 3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{13}{25x^2 - 30x + 9}$$

▶**4.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x-2)}{(-5x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x-2)$ et $v(x) = (-5x+2)$.
Donc $u'(x) = -5$ et $v'(x) = -5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-5\,(-5x+2) - (-5x-2) - 5}{(-5x+2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-20}{25x^2-20x+4}$$

Corrigé de l'exercice 2

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶**1.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x^2+5x+3)}{(-3x^2+x-5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-x^2+5x+3\right)$ et $v(x) = \left(-3x^2+x-5\right)$.
Donc $u'(x) = (-2x+5)$ et $v'(x) = (-6x+1)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-2x+5)\left(-3x^2+x-5\right) - \left(-x^2+5x+3\right)(-6x+1)}{\left(-3x^2+x-5\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{14x^2+28x-28}{9x^4-6x^3+31x^2-10x+25}$$

▶**2.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(2x^2-x+5)}{(4x^2-2x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(2x^2-x+5\right)$ et $v(x) = \left(4x^2-2x+3\right)$.
Donc $u'(x) = (4x-1)$ et $v'(x) = (8x-2)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(4x-1)\left(4x^2-2x+3\right) - \left(2x^2-x+5\right)(8x-2)}{\left(4x^2-2x+3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-28x+7}{16x^4-16x^3+28x^2-12x+9}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(4x-3)}{(-3x^2-2x-5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (4x-3)$ et $v(x) = \left(-3x^2-2x-5\right)$.
Donc $u'(x) = 4$ et $v'(x) = (-6x-2)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{4\left(-3x^2-2x-5\right) - (4x-3)(-6x-2)}{\left(-3x^2-2x-5\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{12x^2-18x-26}{9x^4+12x^3+34x^2+20x+25}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x+5)}{(5x^2+x-4)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (3x+5)$ et $v(x) = \left(5x^2+x-4\right)$.
Donc $u'(x) = 3$ et $v'(x) = (10x+1)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{3\left(5x^2+x-4\right) - (3x+5)(10x+1)}{\left(5x^2+x-4\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-15x^2-50x-17}{25x^4+10x^3-39x^2-8x+16}$$

Corrigé de l'exercice 3

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x^2+5x+5)}{(-2x+5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-x^2+5x+5\right)$ et $v(x) = (-2x+5)$.
Donc $u'(x) = (-2x+5)$ et $v'(x) = -2$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-2x+5)(-2x+5) - \left(-x^2+5x+5\right) - 2}{(-2x+5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{2x^2-10x+35}{4x^2-20x+25}$$

▶**2.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(5x-3)}{(3x-2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=(5x-3)$ et $v(x)=(3x-2)$.
Donc $u'(x)=5$ et $v'(x)=3$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{5\,(3x-2)-(5x-3)\,3}{(3x-2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{-11}{9x^2-12x+4}$$

▶**3.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(-5x^2+x-3)}{(-3x-4)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=\left(-5x^2+x-3\right)$ et $v(x)=(-3x-4)$.
Donc $u'(x)=(-10x+1)$ et $v'(x)=-3$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{(-10x+1)\,(-3x-4)-\left(-5x^2+x-3\right)-3}{(-3x-4)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{15x^2+40x-13}{9x^2+24x+16}$$

▶**4.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(2x^2+x-3)}{(-2x^2+2x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=\left(2x^2+x-3\right)$ et $v(x)=\left(-2x^2+2x+3\right)$.
Donc $u'(x)=(4x+1)$ et $v'(x)=(-4x+2)$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{(4x+1)\left(-2x^2+2x+3\right)-\left(2x^2+x-3\right)(-4x+2)}{\left(-2x^2+2x+3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{6x^2+9}{4x^4-8x^3-8x^2+12x+9}$$