Corrigé de l'exercice 1

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶**1.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(x+5)}{(2x^2-2x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (x+5)$ et $v(x) = \left(2x^2-2x+2\right)$.
Donc $u'(x) = 11$ et $v'(x) = (4x-2)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{11\left(2x^2-2x+2\right) - (x+5)(4x-2)}{\left(2x^2-2x+2\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-2x^2-20x+12}{4x^4-8x^3+12x^2-8x+4}$$

▶**2.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x-2)}{(4x+1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (3x-2)$ et $v(x) = (4x+1)$.
Donc $u'(x) = 3$ et $v'(x) = 4$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{3(4x+1) - (3x-2)\,4}{(4x+1)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{11}{16x^2+8x+1}$$

▶**3.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-2x-2)}{(x+4)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-2x-2)$ et $v(x) = (x+4)$.
Donc $u'(x) = -2$ et $v'(x) = 11$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-2(x+4) - (-2x-2)\,11}{(x+4)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-6}{x^2+8x+16}$$

▶4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-5x^2+3x+2\right)}{(-5x-3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-5x^2+3x+2\right)$ et $v(x) = (-5x-3)$.
Donc $u'(x) = (-10x+3)$ et $v'(x) = -5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x+3)(-5x-3) - \left(-5x^2+3x+2\right) - 5}{(-5x-3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{25x^2+30x+1}{25x^2+30x+9}$$

Corrigé de l'exercice 2

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x+4)}{\left(-3x^2-4x+5\right)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x+4)$ et $v(x) = \left(-3x^2-4x+5\right)$.
Donc $u'(x) = -5$ et $v'(x) = (-6x-4)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-5\left(-3x^2-4x+5\right) - (-5x+4)(-6x-4)}{\left(-3x^2-4x+5\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-15x^2+24x-9}{9x^4+24x^3-14x^2-40x+25}$$

▶2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-4x^2-2x-1\right)}{(-3x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-4x^2-2x-1\right)$ et $v(x) = (-3x+3)$.
Donc $u'(x) = (-8x-2)$ et $v'(x) = -3$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-8x-2)(-3x+3) - \left(-4x^2-2x-1\right) - 3}{(-3x+3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{12x^2-24x-9}{9x^2-18x+9}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x^2 + 4x - 5)}{(-x^2 + x - 2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x^2 + 4x - 5)$ et $v(x) = (-x^2 + x - 2)$.
Donc $u'(x) = (-10x + 4)$ et $v'(x) = (-2x + 1)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x + 4)\left(-x^2 + x - 2\right) - \left(-5x^2 + 4x - 5\right)(-2x + 1)}{\left(-x^2 + x - 2\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 10x - 3}{x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 4}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(4x + 3)}{(-x - 3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (4x + 3)$ et $v(x) = (-x - 3)$.
Donc $u'(x) = 4$ et $v'(x) = -11$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{4(-x - 3) - (4x + 3) - 11}{(-x - 3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-9}{x^2 + 6x + 9}$$

Corrigé de l'exercice 3

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-4x^2 - 5x + 4)}{(x^2 + x + 3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-4x^2 - 5x + 4)$ et $v(x) = (x^2 + x + 3)$.
Donc $u'(x) = (-8x - 5)$ et $v'(x) = (2x + 1)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-8x - 5)\left(x^2 + x + 3\right) - \left(-4x^2 - 5x + 4\right)(2x + 1)}{\left(x^2 + x + 3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 32x - 19}{x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 9}$$

►**2.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-3x^2 - 2x - 1\right)}{\left(-5x^2 - 2x + 4\right)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-3x^2 - 2x - 1\right)$ et $v(x) = \left(-5x^2 - 2x + 4\right)$.
Donc $u'(x) = (-6x - 2)$ et $v'(x) = (-10x - 2)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-6x-2)\left(-5x^2 - 2x + 4\right) - \left(-3x^2 - 2x - 1\right)(-10x-2)}{\left(-5x^2 - 2x + 4\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 34x - 10}{25x^4 + 20x^3 - 36x^2 - 16x + 16}$$

►**3.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-5x^2 - 4x - 4\right)}{\left(x^2 - 5x + 3\right)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-5x^2 - 4x - 4\right)$ et $v(x) = \left(x^2 - 5x + 3\right)$.
Donc $u'(x) = (-10x - 4)$ et $v'(x) = (2x - 5)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x-4)\left(x^2 - 5x + 3\right) - \left(-5x^2 - 4x - 4\right)(2x-5)}{\left(x^2 - 5x + 3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{29x^2 - 22x - 32}{x^4 - 10x^3 + 31x^2 - 30x + 9}$$

►**4.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-5x^2 - 2x - 5\right)}{\left(5x^2 - 3x + 4\right)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-5x^2 - 2x - 5\right)$ et $v(x) = \left(5x^2 - 3x + 4\right)$.
Donc $u'(x) = (-10x - 2)$ et $v'(x) = (10x - 3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x-2)\left(5x^2 - 3x + 4\right) - \left(-5x^2 - 2x - 5\right)(10x-3)}{\left(5x^2 - 3x + 4\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{25x^2 + 10x - 23}{25x^4 - 30x^3 + 49x^2 - 24x + 16}$$