Corrigé de l'exercice 1

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-4x+1)}{(-5x-3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-4x+1)$ et $v(x) = (-5x-3)$.
Donc $u'(x) = -4$ et $v'(x) = -5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-4\left(-5x-3\right) - \left(-4x+1\right) - 5}{\left(-5x-3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{17}{25x^2+30x+9}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-2x-3)}{(5x-5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-2x-3)$ et $v(x) = (5x-5)$.
Donc $u'(x) = -2$ et $v'(x) = 5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-2\left(5x-5\right) - \left(-2x-3\right)5}{\left(5x-5\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{25}{25x^2-50x+25}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x+2)}{(-2x^2+4x-4)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (3x+2)$ et $v(x) = \left(-2x^2+4x-4\right)$.
Donc $u'(x) = 3$ et $v'(x) = (-4x+4)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{3\left(-2x^2+4x-4\right) - \left(3x+2\right)\left(-4x+4\right)}{\left(-2x^2+4x-4\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{6x^2+8x-20}{4x^4-16x^3+32x^2-32x+16}$$

▶4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{x}{x}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = x$ et $v(x) = x$.
Donc $u'(x) = 11$ et $v'(x) = 11$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{11x - x11}{x^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{0}{x^2}$$

Corrigé de l'exercice 2

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-3x-1)}{(-5x-5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-3x-1)$ et $v(x) = (-5x-5)$.
Donc $u'(x) = -3$ et $v'(x) = -5$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-3\,(-5x-5) - (-3x-1) - 5}{(-5x-5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{10}{25x^2 + 50x + 25}$$

▶2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x+3)}{(4x^2-5x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x+3)$ et $v(x) = \left(4x^2-5x+3\right)$.
Donc $u'(x) = -5$ et $v'(x) = (8x-5)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-5\left(4x^2-5x+3\right) - (-5x+3)\,(8x-5)}{\left(4x^2-5x+3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{20x^2 - 24x}{16x^4 - 40x^3 + 49x^2 - 30x + 9}$$

▶3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x+2)}{(-2x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x+2)$ et $v(x) = (-2x+2)$.
Donc $u'(x) = -5$ et $v'(x) = -2$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-5\,(-2x+2) - (-5x+2) - 2}{(-2x+2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-6}{4x^2 - 8x + 4}$$

▶4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x+3)}{(2x-5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-5x+3)$ et $v(x) = (2x-5)$.
Donc $u'(x) = -5$ et $v'(x) = 2$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-5\,(2x-5) - (-5x+3)\,2}{(2x-5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{19}{4x^2 - 20x + 25}$$

Corrigé de l'exercice 3

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-2x-1)}{(5x^2+3x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-2x-1)$ et $v(x) = \left(5x^2+3x+3\right)$.
Donc $u'(x) = -2$ et $v'(x) = (10x+3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-2\left(5x^2+3x+3\right) - (-2x-1)\,(10x+3)}{\left(5x^2+3x+3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{10x^2 + 10x - 3}{25x^4 + 30x^3 + 39x^2 + 18x + 9}$$

►**2.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(4x+3)}{(5x^2+3x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (4x+3)$ et $v(x) = \left(5x^2+3x+2\right)$.
Donc $u'(x) = 4$ et $v'(x) = (10x+3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{4\left(5x^2+3x+2\right) - (4x+3)(10x+3)}{\left(5x^2+3x+2\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-20x^2-30x-1}{25x^4+30x^3+29x^2+12x+4}$$

►**3.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-x^2+5x+5\right)}{(x-1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-x^2+5x+5\right)$ et $v(x) = (x-1)$.
Donc $u'(x) = (-2x+5)$ et $v'(x) = 11$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-2x+5)(x-1) - \left(-x^2+5x+5\right)11}{(x-1)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-x^2+2x-10}{x^2-2x+1}$$

►**4.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{\left(-5x^2+4x+5\right)}{\left(-x^2+3x+5\right)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-5x^2+4x+5\right)$ et $v(x) = \left(-x^2+3x+5\right)$.
Donc $u'(x) = (-10x+4)$ et $v'(x) = (-2x+3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x+4)\left(-x^2+3x+5\right) - \left(-5x^2+4x+5\right)(-2x+3)}{\left(-x^2+3x+5\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-11x^2-40x+5}{x^4-6x^3-x^2+30x+25}$$