Corrigé de l'exercice 1

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-2x^2 - 3x + 1)}{(3x^2 - x + 1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-2x^2 - 3x + 1\right)$ et $v(x) = \left(3x^2 - x + 1\right)$.
Donc $u'(x) = (-4x - 3)$ et $v'(x) = (6x - 1)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-4x-3)\left(3x^2 - x + 1\right) - \left(-2x^2 - 3x + 1\right)(6x - 1)}{\left(3x^2 - x + 1\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{11x^2 - 10x - 2}{9x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 2x + 1}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(5x - 5)}{(-3x^2 - 3x)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (5x - 5)$ et $v(x) = \left(-3x^2 - 3x\right)$.
Donc $u'(x) = 5$ et $v'(x) = (-6x - 3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{5\left(-3x^2 - 3x\right) - (5x - 5)(-6x - 3)}{\left(-3x^2 - 3x\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{15x^2 - 30x - 15}{9x^4 + 18x^3 + 9x^2}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(5x + 4)}{(4x - 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (5x + 4)$ et $v(x) = (4x - 5)$.
Donc $u'(x) = 5$ et $v'(x) = 4$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{5(4x - 5) - (5x + 4)\,4}{(4x - 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-41}{16x^2 - 40x + 25}$$

▶4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x^2 - 2x - 4)}{(2x^2 - 3x + 3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = \left(-x^2 - 2x - 4\right)$ et $v(x) = \left(2x^2 - 3x + 3\right)$.
Donc $u'(x) = (-2x - 2)$ et $v'(x) = (4x - 3)$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-2x - 2)\left(2x^2 - 3x + 3\right) - \left(-x^2 - 2x - 4\right)(4x - 3)}{\left(2x^2 - 3x + 3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{7x^2 + 10x - 18}{4x^4 - 12x^3 + 21x^2 - 18x + 9}$$

Corrigé de l'exercice 2

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x - 2)}{(-4x + 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (-x - 2)$ et $v(x) = (-4x + 5)$.
Donc $u'(x) = -11$ et $v'(x) = -4$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-11\,(-4x + 5) - (-x - 2) - 4}{(-4x + 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-13}{16x^2 - 40x + 25}$$

▶2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(x - 5)}{(-2x - 2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
Ici $u(x) = (x - 5)$ et $v(x) = (-2x - 2)$.
Donc $u'(x) = 11$ et $v'(x) = -2$.
Ainsi,

$$f'(x) = \frac{11\,(-2x - 2) - (x - 5) - 2}{(-2x - 2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-12}{4x^2 + 8x + 4}$$

▶**3.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(-2x+5)}{(-2x^2+2x+4)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=(-2x+5)$ et $v(x)=\left(-2x^2+2x+4\right)$.
Donc $u'(x)=-2$ et $v'(x)=(-4x+2)$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{-2\left(-2x^2+2x+4\right)-(-2x+5)\,(-4x+2)}{\left(-2x^2+2x+4\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{-4x^2+20x-18}{4x^4-8x^3-12x^2+16x+16}$$

▶**4.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(-5x^2-3x+1)}{(-x^2-3x-2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=\left(-5x^2-3x+1\right)$ et $v(x)=\left(-x^2-3x-2\right)$.
Donc $u'(x)=(-10x-3)$ et $v'(x)=(-2x-3)$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{(-10x-3)\left(-x^2-3x-2\right)-\left(-5x^2-3x+1\right)(-2x-3)}{\left(-x^2-3x-2\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{12x^2+22x+9}{x^4+6x^3+13x^2+12x+4}$$

Corrigé de l'exercice 3

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

▶**1.** Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(-3x+2)}{(5x^2-4x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=(-3x+2)$ et $v(x)=\left(5x^2-4x+2\right)$.
Donc $u'(x)=-3$ et $v'(x)=(10x-4)$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{-3\left(5x^2-4x+2\right)-(-3x+2)\,(10x-4)}{\left(5x^2-4x+2\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{15x^2-20x+2}{25x^4-40x^3+36x^2-16x+4}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(4x^2-5x+3)}{(4x^2+4x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=\left(4x^2-5x+3\right)$ et $v(x)=\left(4x^2+4x+3\right)$.
Donc $u'(x)=(8x-5)$ et $v'(x)=(8x+4)$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{(8x-5)\left(4x^2+4x+3\right)-\left(4x^2-5x+3\right)(8x+4)}{\left(4x^2+4x+3\right)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{36x^2-27}{16x^4+32x^3+40x^2+24x+9}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(x^2-3x-5)}{(x-3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=\left(x^2-3x-5\right)$ et $v(x)=(x-3)$.
Donc $u'(x)=(2x-3)$ et $v'(x)=11$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{(2x-3)(x-3)-\left(x^2-3x-5\right)11}{(x-3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{x^2-6x+14}{x^2-6x+9}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x)=\frac{(3x+2)}{(4x+3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
Ici $u(x)=(3x+2)$ et $v(x)=(4x+3)$.
Donc $u'(x)=3$ et $v'(x)=4$.
Ainsi,

$$f'(x)=\frac{3(4x+3)-(3x+2)4}{(4x+3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x)=\frac{11}{16x^2+24x+9}$$