

Corrigé de l'exercice 1**Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé**

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x-3)}{(3x-1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (3x-3)$ et $v(x) = (3x-1)$.

Donc $u'(x) = 3$ et $v'(x) = 3$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{3(3x-1) - (3x-3)3}{(3x-1)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{6}{9x^2 - 6x + 1}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x^2 + 2x + 3)}{(4x^2 + 5x)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (3x^2 + 2x + 3)$ et $v(x) = (4x^2 + 5x)$.

Donc $u'(x) = (6x + 2)$ et $v'(x) = (8x + 5)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(6x+2)(4x^2+5x) - (3x^2+2x+3)(8x+5)}{(4x^2+5x)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{7x^2 - 24x - 15}{16x^4 + 40x^3 + 25x^2}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x^2 + x - 5)}{(3x-1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-x^2 + x - 5)$ et $v(x) = (3x-1)$.

Donc $u'(x) = (-2x + 1)$ et $v'(x) = 3$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-2x+1)(3x-1) - (-x^2+x-5)3}{(3x-1)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 14}{9x^2 - 6x + 1}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(5x - 3)}{(4x^2 - x)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (5x - 3)$ et $v(x) = (4x^2 - x)$.

Donc $u'(x) = 5$ et $v'(x) = (8x - 1)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{5(4x^2 - x) - (5x - 3)(8x - 1)}{(4x^2 - x)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-20x^2 + 24x - 3}{16x^4 - 8x^3 + x^2}$$

Corrigé de l'exercice 2

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x^2 + 3x + 2)}{(x^2 - 5x - 3)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-5x^2 + 3x + 2)$ et $v(x) = (x^2 - 5x - 3)$.

Donc $u'(x) = (-10x + 3)$ et $v'(x) = (2x - 5)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x + 3)(x^2 - 5x - 3) - (-5x^2 + 3x + 2)(2x - 5)}{(x^2 - 5x - 3)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{22x^2 + 26x + 1}{x^4 - 10x^3 + 19x^2 + 30x + 9}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{-3x}{(5x^2 - 5x - 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = -3x$ et $v(x) = (5x^2 - 5x - 5)$.

Donc $u'(x) = -3$ et $v'(x) = (10x - 5)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-3(5x^2 - 5x - 5) - (-3x)(10x - 5)}{(5x^2 - 5x - 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{15x^2 + 15}{25x^4 - 50x^3 - 25x^2 + 50x + 25}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(2x^2 - 5x - 2)}{(-3x + 2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (2x^2 - 5x - 2)$ et $v(x) = (-3x + 2)$.

Donc $u'(x) = (4x - 5)$ et $v'(x) = -3$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(4x - 5)(-3x + 2) - (2x^2 - 5x - 2) - 3}{(-3x + 2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-6x^2 + 8x - 16}{9x^2 - 12x + 4}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x + 2)}{(x^2 - 4x - 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-x + 2)$ et $v(x) = (x^2 - 4x - 5)$.

Donc $u'(x) = -1$ et $v'(x) = (2x - 4)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-1(x^2 - 4x - 5) - (-x + 2)(2x - 4)}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 13}{x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 40x + 25}$$

Corrigé de l'exercice 3

Dérivées — Quotient $\frac{u}{v}$ — Corrigé

►1. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(3x + 2)}{(2x^2 - 5x - 5)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (3x + 2)$ et $v(x) = (2x^2 - 5x - 5)$.

Donc $u'(x) = 3$ et $v'(x) = (4x - 5)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{3(2x^2 - 5x - 5) - (3x + 2)(4x - 5)}{(2x^2 - 5x - 5)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-6x^2 - 8x - 5}{4x^4 - 20x^3 + 5x^2 + 50x + 25}$$

►2. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-x-5)}{(-2x+2)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-x-5)$ et $v(x) = (-2x+2)$.

Donc $u'(x) = -1$ et $v'(x) = -2$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-1(-2x+2) - (-x-5)(-2)}{(-2x+2)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-12}{4x^2 - 8x + 4}$$

►3. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-3x-3)}{(3x^2+5x)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-3x-3)$ et $v(x) = (3x^2+5x)$.

Donc $u'(x) = -3$ et $v'(x) = (6x+5)$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{-3(3x^2+5x) - (-3x-3)(6x+5)}{(3x^2+5x)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{9x^2 + 18x + 15}{9x^4 + 30x^3 + 25x^2}$$

►4. Soit à calculer la dérivée de

$$f(x) = \frac{(-5x^2-x-3)}{(3x+1)}$$

On utilise : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.

Ici $u(x) = (-5x^2-x-3)$ et $v(x) = (3x+1)$.

Donc $u'(x) = (-10x-1)$ et $v'(x) = 3$.

Ainsi,

$$f'(x) = \frac{(-10x-1)(3x+1) - (-5x^2-x-3)3}{(3x+1)^2}$$

Après développement et réduction :

$$f'(x) = \frac{-15x^2 - 10x + 8}{9x^2 + 6x + 1}$$