Corrigé de l'exercice 1

▶1. a)
- Puisque $A\,(4\ ;\ 40)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = 40$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = 40$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = 40$.
- De même, puisque $B\,(5\ ;\ 74)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = 74$, soit $a\times 5^2+b\times 5+c = 74$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = 74$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ 310)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = 310$, soit $a\times 9^2+b\times 9+c = 310$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = 310$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 16\,a + 4\,b + c &= 40 \\ 25\,a + 5\,b + c &= 74 \\ 81\,a + 9\,b + c &= 310 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned}\begin{cases} 16\,a + 4\,b + c &= 40 \\ 25\,a + 5\,b + c &= 74 \\ 81\,a + 9\,b + c &= 310 \end{cases} &\iff \begin{pmatrix} 16\,a + 4\,b + c \\ 25\,a + 5\,b + c \\ 81\,a + 9\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 74 \\ 310 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 74 \\ 310 \end{pmatrix} \\ &\iff M\,X = R \end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 40 \\ 74 \\ 310 \end{pmatrix}$.

▶2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 40 \\ 74 \\ 310 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 5$, $b = -11$, et $c = 4$.

▶3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 5\,x^2 - 11\,x + 4$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 19 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(19) &= 5 \times 19^2 - 11 \times 19 + 4 \\ &= 1\ 600 \end{aligned}$$

Donc $f\,(19) = 1\ 600$.

Corrigé de l'exercice 2

▶1. a)
- Puisque $A\,(6\ ;\ 707)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = 707$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 707$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = 707$.
- De même, puisque $B\,(7\ ;\ 960)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(7) = 960$, soit $a\times 7^2+b\times 7+c = 960$, c'est-à-dire $49\,a + 7\,b + c = 960$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ 1\ 580)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = 1\ 580$, soit $a\times 9^2+b\times 9+c = 1\ 580$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = 1\ 580$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 36\,a + 6\,b + c &= 707 \\ 49\,a + 7\,b + c &= 960 \\ 81\,a + 9\,b + c &= 1\ 580 \end{cases}$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 36\,a+6\,b+c &=& 707\\ 49\,a+7\,b+c &=& 960\\ 81\,a+9\,b+c &=& 1\ 580\end{array}\right. \iff \begin{pmatrix}36\,a+6\,b+c\\49\,a+7\,b+c\\81\,a+9\,b+c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}707\\960\\1\ 580\end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix}36&6&1\\49&7&1\\81&9&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}707\\960\\1\ 580\end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X=R$$

Avec : $M=\begin{pmatrix}36&6&1\\49&7&1\\81&9&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $R=\begin{pmatrix}707\\960\\1\ 580\end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X=R$, alors $X=M^{-1}\times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1}\times R=\begin{pmatrix}36&6&1\\49&7&1\\81&9&1\end{pmatrix}^{-1}\times\begin{pmatrix}707\\960\\1\ 580\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}19\\6\\-13\end{pmatrix}$.

Ainsi, $a=19$, $b=6$, et $c=-13$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x)=19\,x^2+6\,x-13$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 15 par cette fonction :

$$\begin{aligned}f\,(15)&=19\times15^2+6\times15-13\\&=4\ 352\end{aligned}$$

Donc $f\,(15)=4\ 352$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**

- Puisque $A\,(2\ ;\ -6{,}3)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2)=-6{,}3$, soit $a\times2^2+b\times2+c=-6{,}3$, c'est-à-dire $4\,a+2\,b+c=-6{,}3$.
- De même, puisque $B\,(5\ ;\ -37{,}2)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5)=-37{,}2$, soit $a\times5^2+b\times5+c=-37{,}2$, c'est-à-dire $25\,a+5\,b+c=-37{,}2$.
- Enfin, puisque $C\,(6\ ;\ -52{,}7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6)=-52{,}7$, soit $a\times6^2+b\times6+c=-52{,}7$, c'est-à-dire $36\,a+6\,b+c=-52{,}7$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& -6{,}3\\ 25\,a+5\,b+c &=& -37{,}2\\ 36\,a+6\,b+c &=& -52{,}7\end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& -6{,}3\\ 25\,a+5\,b+c &=& -37{,}2\\ 36\,a+6\,b+c &=& -52{,}7\end{array}\right. \iff \begin{pmatrix}4\,a+2\,b+c\\25\,a+5\,b+c\\36\,a+6\,b+c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6{,}3\\-37{,}2\\-52{,}7\end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix}4&2&1\\25&5&1\\36&6&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6{,}3\\-37{,}2\\-52{,}7\end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X=R$$

Avec : $M=\begin{pmatrix}4&2&1\\25&5&1\\36&6&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $R=\begin{pmatrix}-6{,}3\\-37{,}2\\-52{,}7\end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -6{,}3 \\ -37{,}2 \\ -52{,}7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}3 \\ -1{,}2 \\ 1{,}3 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -1{,}3$, $b = -1{,}2$, et $c = 1{,}3$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -1{,}3\,x^2 - 1{,}2\,x + 1{,}3$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 17 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(17) &= -1{,}3 \times 17^2 - 1{,}2 \times 17 + 1{,}3 \\ &= -394{,}8 \end{aligned}$$

Donc $f\,(17) = -394{,}8$.