Corrigé de l'exercice 1

►**1.** **a)**
- Puisque $A\,(5\ ;\ -358)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -358$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -358$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -358$.
- De même, puisque $B\,(6\ ;\ -538)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = -538$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = -538$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = -538$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ -1\ 294)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = -1\ 294$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = -1\ 294$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = -1\ 294$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 25\,a + 5\,b + c &=& -358 \\ 36\,a + 6\,b + c &=& -538 \\ 81\,a + 9\,b + c &=& -1\ 294 \end{array}\right.$$

b)

$$\begin{aligned} \left\{\begin{array}{rcl} 25\,a + 5\,b + c &=& -358 \\ 36\,a + 6\,b + c &=& -538 \\ 81\,a + 9\,b + c &=& -1\ 294 \end{array}\right. &\iff \begin{pmatrix} 25\,a + 5\,b + c \\ 36\,a + 6\,b + c \\ 81\,a + 9\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -358 \\ -538 \\ -1\ 294 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -358 \\ -538 \\ -1\ 294 \end{pmatrix} \\ &\iff M\,X = R \end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -358 \\ -538 \\ -1\ 294 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -358 \\ -538 \\ -1\ 294 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ 18 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -18$, $b = 18$, et $c = 2$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -18\,x^2 + 18\,x + 2$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 15 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(15) &= -18 \times 15^2 + 18 \times 15 + 2 \\ &= -3\ 778 \end{aligned}$$

Donc $f\,(15) = -3\ 778$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** **a)**
- Puisque $A\,(2\ ;\ 0{,}7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = 0{,}7$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 0{,}7$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = 0{,}7$.
- De même, puisque $B\,(4\ ;\ -5{,}1)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -5{,}1$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -5{,}1$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -5{,}1$.
- Enfin, puisque $C\,(5\ ;\ -10{,}1)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -10{,}1$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -10{,}1$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -10{,}1$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a + 2\,b + c &=& 0{,}7 \\ 16\,a + 4\,b + c &=& -5{,}1 \\ 25\,a + 5\,b + c &=& -10{,}1 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& 0{,}7 \\ 16\,a+4\,b+c &=& -5{,}1 \\ 25\,a+5\,b+c &=& -10{,}1 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 16\,a+4\,b+c \\ 25\,a+5\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ -5{,}1 \\ -10{,}1 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ -5{,}1 \\ -10{,}1 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ -5{,}1 \\ -10{,}1 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ -5{,}1 \\ -10{,}1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}7 \\ 1{,}3 \\ 0{,}9 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -0{,}7$, $b = 1{,}3$, et $c = 0{,}9$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -0{,}7\,x^2 + 1{,}3\,x + 0{,}9$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 10 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(10) &= -0{,}7 \times 10^2 + 1{,}3 \times 10 + 0{,}9 \\ &= -56{,}1 \end{aligned}$$

Donc $f\,(10) = -56{,}1$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**

- Puisque $A\,(2\ ;\ -102)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = -102$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = -102$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = -102$.
- De même, puisque $B\,(3\ ;\ -195)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = -195$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = -195$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = -195$.
- Enfin, puisque $C\,(6\ ;\ -654)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = -654$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = -654$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = -654$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& -102 \\ 9\,a+3\,b+c &=& -195 \\ 36\,a+6\,b+c &=& -654 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& -102 \\ 9\,a+3\,b+c &=& -195 \\ 36\,a+6\,b+c &=& -654 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 9\,a+3\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -102 \\ -195 \\ -654 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -102 \\ -195 \\ -654 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -102 \\ -195 \\ -654 \end{pmatrix}$.

►2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -102 \\ -195 \\ -654 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -18 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -15$, $b = -18$, et $c = -6$.

►3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -15\,x^2 - 18\,x - 6$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 14 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(14) &= -15 \times 14^2 - 18 \times 14 - 6 \\ &= -3\ 198 \end{aligned}$$

Donc $f\,(14) = -3\ 198$.