Corrigé de l'exercice 1

▶1. a)
- Puisque $A\,(2\ ;\ 7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = 7$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 7$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = 7$.
- De même, puisque $B\,(3\ ;\ -17)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = -17$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = -17$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = -17$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ -413)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = -413$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = -413$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = -413$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a + 2\,b + c & = & 7 \\ 9\,a + 3\,b + c & = & -17 \\ 81\,a + 9\,b + c & = & -413 \end{array}\right.$$

b)

$$\begin{aligned}\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a + 2\,b + c & = & 7 \\ 9\,a + 3\,b + c & = & -17 \\ 81\,a + 9\,b + c & = & -413 \end{array}\right. & \iff \begin{pmatrix} 4\,a + 2\,b + c \\ 9\,a + 3\,b + c \\ 81\,a + 9\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -17 \\ -413 \end{pmatrix} \\ & \iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -17 \\ -413 \end{pmatrix} \\ & \iff M\,X = R \end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 7 \\ -17 \\ -413 \end{pmatrix}$.

▶2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 7 \\ -17 \\ -413 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -6$, $b = 6$, et $c = 19$.

▶3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -6\,x^2 + 6\,x + 19$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 12 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(12) &= -6 \times 12^2 + 6 \times 12 + 19 \\ &= -773 \end{aligned}$$

Donc $f\,(12) = -773$.

Corrigé de l'exercice 2

▶1. a)
- Puisque $A\,(3\ ;\ -8{,}2)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = -8{,}2$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = -8{,}2$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = -8{,}2$.
- De même, puisque $B\,(4\ ;\ -14{,}7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -14{,}7$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -14{,}7$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -14{,}7$.
- Enfin, puisque $C\,(5\ ;\ -23)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -23$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -23$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -23$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 9\,a + 3\,b + c & = & -8{,}2 \\ 16\,a + 4\,b + c & = & -14{,}7 \\ 25\,a + 5\,b + c & = & -23 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 9\,a+3\,b+c & = & -8{,}2 \\ 16\,a+4\,b+c & = & -14{,}7 \\ 25\,a+5\,b+c & = & -23 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 9\,a+3\,b+c \\ 16\,a+4\,b+c \\ 25\,a+5\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8{,}2 \\ -14{,}7 \\ -23 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8{,}2 \\ -14{,}7 \\ -23 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -8{,}2 \\ -14{,}7 \\ -23 \end{pmatrix}$.

►2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -8{,}2 \\ -14{,}7 \\ -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}9 \\ -0{,}2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -0{,}9$, $b = -0{,}2$, et $c = 0{,}5$.

►3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -0{,}9\,x^2 - 0{,}2\,x + 0{,}5$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 18 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(18) &= -0{,}9 \times 18^2 - 0{,}2 \times 18 + 0{,}5 \\ &= -294{,}7 \end{aligned}$$

Donc $f\,(18) = -294{,}7$.

Corrigé de l'exercice 3

►1. a)

- Puisque $A\,(4\ ;\ -25)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -25$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -25$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -25$.
- De même, puisque $B\,(5\ ;\ -40{,}3)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -40{,}3$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -40{,}3$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -40{,}3$.
- Enfin, puisque $C\,(6\ ;\ -59{,}4)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = -59{,}4$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = -59{,}4$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = -59{,}4$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 16\,a+4\,b+c & = & -25 \\ 25\,a+5\,b+c & = & -40{,}3 \\ 36\,a+6\,b+c & = & -59{,}4 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 16\,a+4\,b+c & = & -25 \\ 25\,a+5\,b+c & = & -40{,}3 \\ 36\,a+6\,b+c & = & -59{,}4 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 16\,a+4\,b+c \\ 25\,a+5\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 \\ -40{,}3 \\ -59{,}4 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 \\ -40{,}3 \\ -59{,}4 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -25 \\ -40{,}3 \\ -59{,}4 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -25 \\ -40{,}3 \\ -59{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}9 \\ 1{,}8 \\ -1{,}8 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -1{,}9$, $b = 1{,}8$, et $c = -1{,}8$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -1{,}9\,x^2 + 1{,}8\,x - 1{,}8$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 17 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(17) &= -1{,}9 \times 17^2 + 1{,}8 \times 17 - 1{,}8 \\ &= -520{,}3 \end{aligned}$$

Donc $f\,(17) = -520{,}3$.