Corrigé de l'exercice 1

▶1. a)
- Puisque $A\,(5\ ;\ 241)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = 241$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = 241$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = 241$.
- De même, puisque $B\,(7\ ;\ 539)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(7) = 539$, soit $a \times 7^2 + b \times 7 + c = 539$, c'est-à-dire $49\,a + 7\,b + c = 539$.
- Enfin, puisque $C\,(8\ ;\ 730)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(8) = 730$, soit $a \times 8^2 + b \times 8 + c = 730$, c'est-à-dire $64\,a + 8\,b + c = 730$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 25\,a + 5\,b + c & = & 241 \\ 49\,a + 7\,b + c & = & 539 \\ 64\,a + 8\,b + c & = & 730 \end{array}\right.$$

b)

$$\begin{aligned}\left\{\begin{array}{lcl} 25\,a + 5\,b + c & = & 241 \\ 49\,a + 7\,b + c & = & 539 \\ 64\,a + 8\,b + c & = & 730 \end{array}\right. &\iff \begin{pmatrix} 25\,a + 5\,b + c \\ 49\,a + 7\,b + c \\ 64\,a + 8\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 241 \\ 539 \\ 730 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 241 \\ 539 \\ 730 \end{pmatrix} \\ &\iff M\,X = R \end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 241 \\ 539 \\ 730 \end{pmatrix}$.

▶2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 241 \\ 539 \\ 730 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -19 \\ -14 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 14$, $b = -19$, et $c = -14$.

▶3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 14\,x^2 - 19\,x - 14$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 13 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(13) &= 14 \times 13^2 - 19 \times 13 - 14 \\ &= 2\ 105 \end{aligned}$$

Donc $f\,(13) = 2\ 105$.

Corrigé de l'exercice 2

▶1. a)
- Puisque $A\,(2\ ;\ 61)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = 61$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 61$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = 61$.
- De même, puisque $B\,(3\ ;\ 111)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = 111$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = 111$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = 111$.
- Enfin, puisque $C\,(6\ ;\ 369)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = 369$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 369$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = 369$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a + 2\,b + c & = & 61 \\ 9\,a + 3\,b + c & = & 111 \\ 36\,a + 6\,b + c & = & 369 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c & = & 61 \\ 9\,a+3\,b+c & = & 111 \\ 36\,a+6\,b+c & = & 369 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 9\,a+3\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61 \\ 111 \\ 369 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61 \\ 111 \\ 369 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 61 \\ 111 \\ 369 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 61 \\ 111 \\ 369 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 9$, $b = 5$, et $c = 15$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 9\,x^2 + 5\,x + 15$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 10 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(10) &= 9 \times 10^2 + 5 \times 10 + 15 \\ &= 965 \end{aligned}$$

Donc $f\,(10) = 965$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**
- Puisque $A\,(2\ ;\ -2{,}2)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = -2{,}2$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = -2{,}2$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = -2{,}2$.
- De même, puisque $B\,(4\ ;\ -14{,}6)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -14{,}6$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -14{,}6$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -14{,}6$.
- Enfin, puisque $C\,(6\ ;\ -37{,}4)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = -37{,}4$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = -37{,}4$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = -37{,}4$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c & = & -2{,}2 \\ 16\,a+4\,b+c & = & -14{,}6 \\ 36\,a+6\,b+c & = & -37{,}4 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c & = & -2{,}2 \\ 16\,a+4\,b+c & = & -14{,}6 \\ 36\,a+6\,b+c & = & -37{,}4 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 16\,a+4\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}2 \\ -14{,}6 \\ -37{,}4 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}2 \\ -14{,}6 \\ -37{,}4 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -2{,}2 \\ -14{,}6 \\ -37{,}4 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -2{,}2 \\ -14{,}6 \\ -37{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}3 \\ 1{,}6 \\ -0{,}2 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -1{,}3$, $b = 1{,}6$, et $c = -0{,}2$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -1{,}3\,x^2 + 1{,}6\,x - 0{,}2$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 19 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(19) &= -1{,}3 \times 19^2 + 1{,}6 \times 19 - 0{,}2 \\ &= -439{,}1 \end{aligned}$$

Donc $f\,(19) = -439{,}1$.