Corrigé de l'exercice 1

▶1. **a)**
- Puisque $A\,(5\ ;\ 21{,}7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = 21{,}7$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = 21{,}7$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = 21{,}7$.
- De même, puisque $B\,(6\ ;\ 29{,}1)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = 29{,}1$, soit $a\times6^2+b\times6+c = 29{,}1$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = 29{,}1$.
- Enfin, puisque $C\,(8\ ;\ 46{,}9)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(8) = 46{,}9$, soit $a\times8^2+b\times8+c = 46{,}9$, c'est-à-dire $64\,a + 8\,b + c = 46{,}9$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 25\,a + 5\,b + c &= 21{,}7 \\ 36\,a + 6\,b + c &= 29{,}1 \\ 64\,a + 8\,b + c &= 46{,}9 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned}
\begin{cases} 25\,a + 5\,b + c = 21{,}7 \\ 36\,a + 6\,b + c = 29{,}1 \\ 64\,a + 8\,b + c = 46{,}9 \end{cases}
&\iff \begin{pmatrix} 25\,a + 5\,b + c \\ 36\,a + 6\,b + c \\ 64\,a + 8\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21{,}7 \\ 29{,}1 \\ 46{,}9 \end{pmatrix} \\
&\iff \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21{,}7 \\ 29{,}1 \\ 46{,}9 \end{pmatrix} \\
&\iff M\,X = R
\end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 21{,}7 \\ 29{,}1 \\ 46{,}9 \end{pmatrix}$.

▶2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 21{,}7 \\ 29{,}1 \\ 46{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 1{,}9 \\ -0{,}3 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 0{,}5$, $b = 1{,}9$, et $c = -0{,}3$.

▶3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 0{,}5\,x^2 + 1{,}9\,x - 0{,}3$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 12 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(12) &= 0{,}5 \times 12^2 + 1{,}9 \times 12 - 0{,}3 \\ &= 94{,}5 \end{aligned}$$

Donc $f\,(12) = 94{,}5$.

Corrigé de l'exercice 2

▶1. **a)**
- Puisque $A\,(2\ ;\ -33)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = -33$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = -33$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = -33$.
- De même, puisque $B\,(6\ ;\ -489)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = -489$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = -489$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = -489$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ -1\ 146)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = -1\ 146$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = -1\ 146$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = -1\ 146$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 4\,a + 2\,b + c &= -33 \\ 36\,a + 6\,b + c &= -489 \\ 81\,a + 9\,b + c &= -1\ 146 \end{cases}$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& -33 \\ 36\,a+6\,b+c &=& -489 \\ 81\,a+9\,b+c &=& -1\ 146 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \\ 81\,a+9\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -489 \\ -1\ 146 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -489 \\ -1\ 146 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -33 \\ -489 \\ -1\ 146 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -33 \\ -489 \\ -1\ 146 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -15$, $b = 6$, et $c = 15$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -15\,x^2 + 6\,x + 15$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 15 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(15) &= -15 \times 15^2 + 6 \times 15 + 15 \\ &= -3\ 270 \end{aligned}$$

Donc $f\,(15) = -3\ 270$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**
- Puisque $A\,(2\ ;\ 13)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(2) = 13$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 13$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = 13$.
- De même, puisque $B\,(7\ ;\ 298)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(7) = 298$, soit $a \times 7^2 + b \times 7 + c = 298$, c'est-à-dire $49\,a + 7\,b + c = 298$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ 510)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = 510$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = 510$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = 510$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& 13 \\ 49\,a+7\,b+c &=& 298 \\ 81\,a+9\,b+c &=& 510 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4\,a+2\,b+c &=& 13 \\ 49\,a+7\,b+c &=& 298 \\ 81\,a+9\,b+c &=& 510 \end{array}\right. \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 49\,a+7\,b+c \\ 81\,a+9\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 298 \\ 510 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 298 \\ 510 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 13 \\ 298 \\ 510 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 13 \\ 298 \\ 510 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 7$, $b = -6$, et $c = -3$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 7\,x^2 - 6\,x - 3$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 10 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(10) &= 7 \times 10^2 - 6 \times 10 - 3 \\ &= 637 \end{aligned}$$

Donc $f\,(10) = 637$.