Corrigé de l'exercice 1

▶1. **a)**
- Puisque $A\,(4\ ;\ -19{,}7)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -19{,}7$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -19{,}7$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -19{,}7$.
- De même, puisque $B\,(5\ ;\ -29{,}8)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -29{,}8$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -29{,}8$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -29{,}8$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ -92{,}2)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = -92{,}2$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = -92{,}2$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = -92{,}2$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 16\,a + 4\,b + c & = & -19{,}7 \\ 25\,a + 5\,b + c & = & -29{,}8 \\ 81\,a + 9\,b + c & = & -92{,}2 \end{array}\right.$$

b)

$$\begin{aligned} \left\{\begin{array}{rcl} 16\,a + 4\,b + c & = & -19{,}7 \\ 25\,a + 5\,b + c & = & -29{,}8 \\ 81\,a + 9\,b + c & = & -92{,}2 \end{array}\right. & \iff \begin{pmatrix} 16\,a + 4\,b + c \\ 25\,a + 5\,b + c \\ 81\,a + 9\,b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19{,}7 \\ -29{,}8 \\ -92{,}2 \end{pmatrix} \\ & \iff \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19{,}7 \\ -29{,}8 \\ -92{,}2 \end{pmatrix} \\ & \iff M\,X = R \end{aligned}$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -19{,}7 \\ -29{,}8 \\ -92{,}2 \end{pmatrix}$.

▶2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -19{,}7 \\ -29{,}8 \\ -92{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}1 \\ -0{,}2 \\ -1{,}3 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -1{,}1$, $b = -0{,}2$, et $c = -1{,}3$.

▶3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -1{,}1\,x^2 - 0{,}2\,x - 1{,}3$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 11 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(11) &= -1{,}1 \times 11^2 - 0{,}2 \times 11 - 1{,}3 \\ &= -136{,}6 \end{aligned}$$

Donc $f\,(11) = -136{,}6$.

Corrigé de l'exercice 2

▶1. **a)**
- Puisque $A\,(3\ ;\ -113)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = -113$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = -113$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = -113$.
- De même, puisque $B\,(4\ ;\ -197)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4) = -197$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -197$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = -197$.
- Enfin, puisque $C\,(5\ ;\ -303)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(5) = -303$, soit $a \times 5^2 + b \times 5 + c = -303$, c'est-à-dire $25\,a + 5\,b + c = -303$.

On en déduit le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 9\,a + 3\,b + c & = & -113 \\ 16\,a + 4\,b + c & = & -197 \\ 25\,a + 5\,b + c & = & -303 \end{array}\right.$$

b)

$$\begin{cases} 9\,a+3\,b+c &= -113 \\ 16\,a+4\,b+c &= -197 \\ 25\,a+5\,b+c &= -303 \end{cases} \iff \begin{pmatrix} 9\,a+3\,b+c \\ 16\,a+4\,b+c \\ 25\,a+5\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -113 \\ -197 \\ -303 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -113 \\ -197 \\ -303 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} -113 \\ -197 \\ -303 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -113 \\ -197 \\ -303 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = -11$, $b = -7$, et $c = 7$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = -11\,x^2 - 7\,x + 7$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 14 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(14) &= -11 \times 14^2 - 7 \times 14 + 7 \\ &= -2\ 247 \end{aligned}$$

Donc $f\,(14) = -2\ 247$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**
- Puisque $A\,(3\ ;\ 10{,}5)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(3) = 10{,}5$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = 10{,}5$, c'est-à-dire $9\,a + 3\,b + c = 10{,}5$.
- De même, puisque $B\,(6\ ;\ 35{,}1)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6) = 35{,}1$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 35{,}1$, c'est-à-dire $36\,a + 6\,b + c = 35{,}1$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ 72{,}3)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9) = 72{,}3$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = 72{,}3$, c'est-à-dire $81\,a + 9\,b + c = 72{,}3$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 9\,a+3\,b+c &= 10{,}5 \\ 36\,a+6\,b+c &= 35{,}1 \\ 81\,a+9\,b+c &= 72{,}3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 9\,a+3\,b+c &= 10{,}5 \\ 36\,a+6\,b+c &= 35{,}1 \\ 81\,a+9\,b+c &= 72{,}3 \end{cases} \iff \begin{pmatrix} 9\,a+3\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \\ 81\,a+9\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10{,}5 \\ 35{,}1 \\ 72{,}3 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10{,}5 \\ 35{,}1 \\ 72{,}3 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 10{,}5 \\ 35{,}1 \\ 72{,}3 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 10{,}5 \\ 35{,}1 \\ 72{,}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ 1{,}9 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 0{,}7$, $b = 1{,}9$, et $c = -1{,}5$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 0{,}7\,x^2 + 1{,}9\,x - 1{,}5$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 17 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(17) &= 0{,}7 \times 17^2 + 1{,}9 \times 17 - 1{,}5 \\ &= 233{,}1 \end{aligned}$$

Donc $f\,(17) = 233{,}1$.