

Corrigé de l'exercice 1

- 1. a) • Puisque $A(2 ; 42)$ est sur la courbe de f , alors $f(2) = 42$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 42$, c'est-à-dire $4a + 2b + c = 42$.
- De même, puisque $B(6 ; 282)$ est sur la courbe de f , alors $f(6) = 282$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 282$, c'est-à-dire $36a + 6b + c = 282$.
- Enfin, puisque $C(7 ; 382)$ est sur la courbe de f , alors $f(7) = 382$, soit $a \times 7^2 + b \times 7 + c = 382$, c'est-à-dire $49a + 7b + c = 382$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 42 \\ 36a + 6b + c = 282 \\ 49a + 7b + c = 382 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4a + 2b + c = 42 \\ 36a + 6b + c = 282 \\ 49a + 7b + c = 382 \end{cases} &\iff \begin{pmatrix} 4a + 2b + c \\ 36a + 6b + c \\ 49a + 7b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 \\ 282 \\ 382 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 \\ 282 \\ 382 \end{pmatrix} \\ &\iff MX = R \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} 42 \\ 282 \\ 382 \end{pmatrix}.$$

- 2. Comme M est inversible, et que $MX = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

$$\text{À la calculatrice, on obtient } M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 42 \\ 282 \\ 382 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

Ainsi, $a = 8$, $b = -4$, et $c = 18$.

- 3. En utilisant les valeurs de a , b , et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f(x) = 8x^2 - 4x + 18$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 19 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f(19) &= 8 \times 19^2 - 4 \times 19 + 18 \\ &= 2\,830 \end{aligned}$$

Donc $f(19) = 2\,830$.

Corrigé de l'exercice 2

- 1. a) • Puisque $A(3 ; -49)$ est sur la courbe de f , alors $f(3) = -49$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = -49$, c'est-à-dire $9a + 3b + c = -49$.
- De même, puisque $B(4 ; -114)$ est sur la courbe de f , alors $f(4) = -114$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = -114$, c'est-à-dire $16a + 4b + c = -114$.
- Enfin, puisque $C(7 ; -441)$ est sur la courbe de f , alors $f(7) = -441$, soit $a \times 7^2 + b \times 7 + c = -441$, c'est-à-dire $49a + 7b + c = -441$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = -49 \\ 16a + 4b + c = -114 \\ 49a + 7b + c = -441 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} 9a + 3b + c &= -49 \\ 16a + 4b + c &= -114 \\ 49a + 7b + c &= -441 \end{cases} &\iff \begin{pmatrix} 9a + 3b + c \\ 16a + 4b + c \\ 49a + 7b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -49 \\ -114 \\ -441 \end{pmatrix} \\
 &\iff \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -49 \\ -114 \\ -441 \end{pmatrix} \\
 &\iff MX = R
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } M = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} -49 \\ -114 \\ -441 \end{pmatrix}.$$

►2. Comme M est inversible, et que $MX = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

$$\text{À la calculatrice, on obtient } M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -49 \\ -114 \\ -441 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 12 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

Ainsi, $a = -11$, $b = 12$, et $c = 14$.

►3. En utilisant les valeurs de a , b , et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f(x) = -11x^2 + 12x + 14$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 10 par cette fonction :

$$\begin{aligned}
 f(10) &= -11 \times 10^2 + 12 \times 10 + 14 \\
 &= -966
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } f(10) = -966.$$

Corrigé de l'exercice 3

- 1. a) • Puisque $A(3 ; 118)$ est sur la courbe de f , alors $f(3) = 118$, soit $a \times 3^2 + b \times 3 + c = 118$, c'est-à-dire $9a + 3b + c = 118$.
- De même, puisque $B(6 ; 538)$ est sur la courbe de f , alors $f(6) = 538$, soit $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 538$, c'est-à-dire $36a + 6b + c = 538$.
- Enfin, puisque $C(9 ; 1\,246)$ est sur la courbe de f , alors $f(9) = 1\,246$, soit $a \times 9^2 + b \times 9 + c = 1\,246$, c'est-à-dire $81a + 9b + c = 1\,246$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 9a + 3b + c &= 118 \\ 36a + 6b + c &= 538 \\ 81a + 9b + c &= 1\,246 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} 9a + 3b + c &= 118 \\ 36a + 6b + c &= 538 \\ 81a + 9b + c &= 1\,246 \end{cases} &\iff \begin{pmatrix} 9a + 3b + c \\ 36a + 6b + c \\ 81a + 9b + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 118 \\ 538 \\ 1\,246 \end{pmatrix} \\
 &\iff \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 118 \\ 538 \\ 1\,246 \end{pmatrix} \\
 &\iff MX = R
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } M = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} 118 \\ 538 \\ 1\,246 \end{pmatrix}.$$

- 2. Comme M est inversible, et que $MX = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 118 \\ 538 \\ 1\,246 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -4 \\ -14 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 16$, $b = -4$, et $c = -14$.

- 3. En utilisant les valeurs de a , b , et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f(x) = 16x^2 - 4x - 14$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 17 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f(17) &= 16 \times 17^2 - 4 \times 17 - 14 \\ &= 4\,542 \end{aligned}$$

Donc $f(17) = 4\,542$.