Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** **a)**
- Puisque $A\,(7\ ;\ -556)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(7)=-556$, soit $a\times 7^2+b\times 7+c=-556$, c'est-à-dire $49\,a+7\,b+c=-556$.
- De même, puisque $B\,(8\ ;\ -740)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(8)=-740$, soit $a\times 8^2+b\times 8+c=-740$, c'est-à-dire $64\,a+8\,b+c=-740$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ -950)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9)=-950$, soit $a\times 9^2+b\times 9+c=-950$, c'est-à-dire $81\,a+9\,b+c=-950$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 49\,a+7\,b+c &= -556 \\ 64\,a+8\,b+c &= -740 \\ 81\,a+9\,b+c &= -950 \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned}
\begin{cases} 49\,a+7\,b+c &= -556 \\ 64\,a+8\,b+c &= -740 \\ 81\,a+9\,b+c &= -950 \end{cases} &\iff \begin{pmatrix} 49\,a+7\,b+c \\ 64\,a+8\,b+c \\ 81\,a+9\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -556 \\ -740 \\ -950 \end{pmatrix} \\
&\iff \begin{pmatrix} 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -556 \\ -740 \\ -950 \end{pmatrix} \\
&\iff M\,X = R
\end{aligned}$$

Avec : $M=\begin{pmatrix} 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R=\begin{pmatrix} -556 \\ -740 \\ -950 \end{pmatrix}$.

▶**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X=R$, alors $X=M^{-1}\times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1}\times R=\begin{pmatrix} 49 & 7 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\times\begin{pmatrix} -556 \\ -740 \\ -950 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -13 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a=-13$, $b=11$, et $c=4$.

▶**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x)=-13\,x^2+11\,x+4$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 18 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(18) &= -13\times 18^2+11\times 18+4 \\ &= -4\ 010 \end{aligned}$$

Donc $f\,(18)=-4\ 010$.

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** **a)**
- Puisque $A\,(4\ ;\ 9{,}9)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(4)=9{,}9$, soit $a\times 4^2+b\times 4+c=9{,}9$, c'est-à-dire $16\,a+4\,b+c=9{,}9$.
- De même, puisque $B\,(6\ ;\ 22{,}5)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(6)=22{,}5$, soit $a\times 6^2+b\times 6+c=22{,}5$, c'est-à-dire $36\,a+6\,b+c=22{,}5$.
- Enfin, puisque $C\,(9\ ;\ 51{,}9)$ est sur la courbe de f, alors $f\,(9)=51{,}9$, soit $a\times 9^2+b\times 9+c=51{,}9$, c'est-à-dire $81\,a+9\,b+c=51{,}9$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 16\,a+4\,b+c &= 9{,}9 \\ 36\,a+6\,b+c &= 22{,}5 \\ 81\,a+9\,b+c &= 51{,}9 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 16\,a+4\,b+c &= 9{,}9 \\ 36\,a+6\,b+c &= 22{,}5 \\ 81\,a+9\,b+c &= 51{,}9 \end{cases} \iff \begin{pmatrix} 16\,a+4\,b+c \\ 36\,a+6\,b+c \\ 81\,a+9\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9{,}9 \\ 22{,}5 \\ 51{,}9 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9{,}9 \\ 22{,}5 \\ 51{,}9 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 9{,}9 \\ 22{,}5 \\ 51{,}9 \end{pmatrix}$.

►**2.** Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 9{,}9 \\ 22{,}5 \\ 51{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}7 \\ -0{,}7 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 0{,}7$, $b = -0{,}7$, et $c = 1{,}5$.

►**3.** En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f(x) = 0{,}7\,x^2 - 0{,}7\,x + 1{,}5$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 19 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f(19) &= 0{,}7 \times 19^2 - 0{,}7 \times 19 + 1{,}5 \\ &= 240{,}9 \end{aligned}$$

Donc $f(19) = 240{,}9$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** **a)**

- Puisque $A\,(2\ ;\ 42)$ est sur la courbe de f, alors $f(2) = 42$, soit $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 42$, c'est-à-dire $4\,a + 2\,b + c = 42$.
- De même, puisque $B\,(4\ ;\ 152)$ est sur la courbe de f, alors $f(4) = 152$, soit $a \times 4^2 + b \times 4 + c = 152$, c'est-à-dire $16\,a + 4\,b + c = 152$.
- Enfin, puisque $C\,(8\ ;\ 564)$ est sur la courbe de f, alors $f(8) = 564$, soit $a \times 8^2 + b \times 8 + c = 564$, c'est-à-dire $64\,a + 8\,b + c = 564$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 4\,a+2\,b+c &= 42 \\ 16\,a+4\,b+c &= 152 \\ 64\,a+8\,b+c &= 564 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 4\,a+2\,b+c &= 42 \\ 16\,a+4\,b+c &= 152 \\ 64\,a+8\,b+c &= 564 \end{cases} \iff \begin{pmatrix} 4\,a+2\,b+c \\ 16\,a+4\,b+c \\ 64\,a+8\,b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 \\ 152 \\ 564 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 \\ 152 \\ 564 \end{pmatrix}$$

$$\iff M\,X = R$$

Avec : $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 42 \\ 152 \\ 564 \end{pmatrix}$.

►2. Comme M est inversible, et que $M\,X = R$, alors $X = M^{-1} \times R$.

À la calculatrice, on obtient $M^{-1} \times R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 42 \\ 152 \\ 564 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Ainsi, $a = 8$, $b = 7$, et $c = -4$.

►3. En utilisant les valeurs de a, b, et c calculées précédemment, nous connaissons l'expression de la fonction : $f\,(x) = 8\,x^2 + 7\,x - 4$.

Nous pouvons maintenant calculer l'image de 16 par cette fonction :

$$\begin{aligned} f\,(16) &= 8 \times 16^2 + 7 \times 16 - 4 \\ &= 2\ 156 \end{aligned}$$

Donc $f\,(16) = 2\ 156$.