

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (3)(-3) - (-3)(2) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-1)(-3) - (-4)(-1) = -1$$

►2. Comme $\det(A) = -1 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = - \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (6)(-3) - (-4)(4) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 4

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (4)(-2) - (2)(-3) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$