

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

- 1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)(-4) - (-3)(-1) = -3$$

- 2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

- 3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

- 1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (5)(-1) - (-1)(3) = -2$$

- 2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

- 3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-2)(3) - (4)(-1) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 4

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (1)(4) - (1)(5) = -1$$

►2. Comme $\det(A) = -1 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = - \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$