Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

►**1.** On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)(5) - (2)(1) = -2$$

►**2.** Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►**3.** On calcule ensuite la comatrice $\mathrm{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

►**4.** L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A)$.

$$\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

►**5.** On applique enfin la formule : $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

►**1.** On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-2)(-4) - (-5)(-1) = 3$$

►**2.** Comme $\det(A) = 3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►**3.** On calcule ensuite la comatrice $\mathrm{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

►**4.** L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A)$.

$$\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

►**5.** On applique enfin la formule : $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

►**1.** On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (4)(-1) - (1)(-3) = -1$$

►**2.** Comme $\det(A) = -1 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►**3.** On calcule ensuite la comatrice $\mathrm{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

►**4.** L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A)$.

$$\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

►**5.** On applique enfin la formule : $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A)$.

$$A^{-1} = -\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 4

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (1)(-3) - (1)(0) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\mathrm{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A)$.

$$\mathrm{adj}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3}\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$