

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (1)((2)(1) - (2)(0)) - (0)((0)(1) - (2)(0)) + (1)((0)(0) - (2)(0)) = 2$$

►2. Comme $\det(A) = 2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (1)((1)(1) - (-2)(0)) - (-2)((0)(1) - (-2)(0)) + (-2)((0)(0) - (1)(0)) = 1$$

►2. Comme $\det(A) = 1 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-1)((1)(3) - (0)(0)) - (0)((0)(3) - (0)(0)) + (0)((0)(0) - (1)(0)) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$