

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 \\ 2 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (2)((2)(-3) - (-5)(0)) - (2)((2)(-3) - (-5)(1)) + (-6)((2)(0) - (2)(1)) = 2$$

►2. Comme $\det(A) = 2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -6 & 1 & -2 \\ 6 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -6 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -6 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -6 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 9 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (3)((0)(0) - (-2)(-2)) - (0)((9)(0) - (-2)(6)) + (-1)((9)(-2) - (0)(6)) = 6$$

►2. Comme $\det(A) = 6 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & -12 & -18 \\ 2 & 6 & 6 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -12 & 6 & -3 \\ -18 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -12 & 6 & -3 \\ -18 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -12 & 6 & -3 \\ -18 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-2)((0)(-2) - (-1)(-1)) - (1)((-1)(-2) - (-1)(0)) + (-2)((-1)(-1) - (0)(0)) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$