

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-9)((0)(-4) - (0)(1)) - (1)((-1)(-4) - (0)(-6)) + (-6)((-1)(1) - (0)(-6)) = 2$$

►2. Comme $\det(A) = 2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (2)((-1)(0) - (0)(1)) - (-2)((2)(0) - (0)(-1)) + (-2)((2)(1) - (-1)(-1)) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)((0)(0) - (1)(2)) - (-2)((2)(0) - (1)(0)) + (1)((2)(2) - (0)(0)) = 4$$

►2. Comme $\det(A) = 4 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$