

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)((1)(3) - (-3)(1)) - (0)((2)(3) - (-3)(-1)) + (2)((2)(1) - (1)(-1)) = 6$$

►2. Comme $\det(A) = 6 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ 0 & 7 & 6 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)((7)(-3) - (6)(-3)) - (-3)((0)(-3) - (6)(-1)) + (-3)((0)(-3) - (7)(-1)) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & -6 & 7 \\ 0 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -3 & 0 \\ -1 & 6 & -3 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-6)((6)(-2) - (-3)(4)) - (-3)((-1)(-2) - (-3)(-1)) + (0)((-1)(4) - (6)(-1)) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -6 & 12 & 27 \\ 9 & -18 & -39 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 9 \\ 1 & 12 & -18 \\ 2 & 27 & -39 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} 0 & -6 & 9 \\ 1 & 12 & -18 \\ 2 & 27 & -39 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & -6 & 9 \\ 1 & 12 & -18 \\ 2 & 27 & -39 \end{pmatrix}$$