

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -6 \\ -3 & 0 & -6 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-5)((0)(-2) - (-6)(0)) - (-1)((-3)(-2) - (-6)(-2)) + (-6)((-3)(0) - (0)(-2)) = -6$$

►2. Comme $\det(A) = -6 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \\ 6 & -12 & -3 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 6 & -2 & -12 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-6} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 6 & -2 & -12 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 6 & -2 & -12 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (0)((0)(-2) - (2)(-3)) - (6)((1)(-2) - (2)(0)) + (2)((1)(-3) - (0)(0)) = 6$$

►2. Comme $\det(A) = 6 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 6 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (4)((-1)(1) - (0)(1)) - (-2)((1)(1) - (0)(-1)) + (-2)((1)(1) - (-1)(-1)) = -2$$

►2. Comme $\det(A) = -2 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$