

Corrigé de l'exercice 1

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (5)((0)(-6) - (3)(-3)) - (2)((-6)(-6) - (3)(1)) + (1)((-6)(-3) - (0)(1)) = -3$$

►2. Comme $\det(A) = -3 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 9 & -33 & 18 \\ 9 & -31 & 17 \\ 6 & -21 & 12 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 6 \\ -33 & -31 & -21 \\ 18 & 17 & 12 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} 9 & 9 & 6 \\ -33 & -31 & -21 \\ 18 & 17 & 12 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 9 & 9 & 6 \\ -33 & -31 & -21 \\ 18 & 17 & 12 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 2

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (-2)((4)(-2) - (2)(0)) - (-3)((2)(-2) - (2)(-4)) + (-2)((2)(0) - (4)(-4)) = -4$$

►2. Comme $\det(A) = -4 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -8 & -4 & 16 \\ -6 & -4 & 12 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} -8 & -6 & 2 \\ -4 & -4 & 0 \\ 16 & 12 & -2 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{pmatrix} -8 & -6 & 2 \\ -4 & -4 & 0 \\ 16 & 12 & -2 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & -6 & 2 \\ -4 & -4 & 0 \\ 16 & 12 & -2 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'exercice 3

Soit à inverser la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

►1. On commence par calculer le déterminant de A :

$$\det(A) = (1)((0)(-4) - (-4)(2)) - (0)((3)(-4) - (-4)(2)) + (-2)((3)(2) - (0)(2)) = -4$$

►2. Comme $\det(A) = -4 \neq 0$, la matrice A est inversible.

►3. On calcule ensuite la comatrice $\text{Com}(A)$ (matrice des cofacteurs) :

$$\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

►4. L'adjugée est la transposée de la comatrice : $\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A)$.

$$\text{adj}(A) = {}^t\text{Com}(A) = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

►5. On applique enfin la formule : $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$