Exercice 1

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = 5\,n^2 + 3\,n + 6$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 5\,n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n = +\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

►2. $v_n = \dfrac{-\,2\,n^3 - 9\,n^2 - 2}{-3\,n^2 + 4\,n - 5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -2\,n^3 - 9\,n^2 - 2 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n^2 + 4\,n - 5 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-\,2 + \dfrac{-\,9\,n^2}{n^3} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-3 + \dfrac{4\,n}{n^2} + \dfrac{-\,5}{n^2}} = n \times \frac{-\,2 + \dfrac{-\,9}{n} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-3 + \dfrac{4}{n} + \dfrac{-\,5}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-\,2 + \dfrac{-\,9}{n} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-3 + \dfrac{4}{n} + \dfrac{-\,5}{n^2}} = \dfrac{2}{3}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

►3. $w_n = -5\,n^2 + 6\,n + 3$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -5\,n^2 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^2).

$$\begin{aligned} w_n &= n^2 \left(-5 + \frac{6\,n}{n^2} + \frac{3}{n^2}\right) \\ &= n^2 \left(-5 + \frac{6}{n} + \frac{3}{n^2}\right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -5 + \dfrac{6}{n} + \dfrac{3}{n^2} = -5$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -\infty$.

►4. $s_n = \dfrac{7\,n^2 + n - 2}{-n^3 + 9\,n + 7}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 7\,n^2 + n - 2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -n^3 + 9\,n + 7 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{7 + \dfrac{n}{n^2} + \dfrac{-\,2}{n^2}}{-1 + \dfrac{9\,n}{n^3} + \dfrac{7}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{7 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{-\,2}{n^2}}{-1 + \dfrac{9}{n^2} + \dfrac{7}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{7 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{-\,2}{n^2}}{-1 + \dfrac{9}{n^2} + \dfrac{7}{n^3}} = -7$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = 0$.

►**5.** $t_n = \dfrac{2\,n^3 - 9\,n^2 - 2}{-4\,n^3 - 5\,n^2 + 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} 2\,n^3 - 9\,n^2 - 2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -4\,n^3 - 5\,n^2 + 8 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{2 + \dfrac{-\,9\,n^2}{n^3} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-4 + \dfrac{-\,5\,n^2}{n^3} + \dfrac{8}{n^3}} = 1 \times \frac{2 + \dfrac{-\,9}{n} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-4 + \dfrac{-\,5}{n} + \dfrac{8}{n^3}} = \frac{2 + \dfrac{-\,9}{n} + \dfrac{-\,2}{n^3}}{-4 + \dfrac{-\,5}{n} + \dfrac{8}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n = \dfrac{-1}{2}$.

Exercice 2

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►**1.** $u_n = -9\,n^3 - 3\,n^2 - 1$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} -9\,n^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -3\,n^2 = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

►**2.** $v_n = -9\,n^3 + 9\,n - 4$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} -9\,n^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 9\,n = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} v_n &= n^3 \left(-9 + \frac{9\,n}{n^3} + \frac{-\,4}{n^3}\right) \\ &= n^3 \left(-9 + \frac{9}{n^2} + \frac{-\,4}{n^3}\right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -9 + \dfrac{9}{n^2} + \dfrac{-\,4}{n^3} = -9$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty$.

►**3.** $w_n = \dfrac{-\,6\,n^3 + 3\,n^2 - 3}{9\,n^2 + n + 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -6\,n^3 + 3\,n^2 - 3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 9\,n^2 + n + 6 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-\,6 + \dfrac{3\,n^2}{n^3} + \dfrac{-\,3}{n^3}}{9 + \dfrac{n}{n^2} + \dfrac{6}{n^2}} = n \times \frac{-\,6 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{-\,3}{n^3}}{9 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{6}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-\,6 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{-\,3}{n^3}}{9 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{6}{n^2}} = \dfrac{-2}{3}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = -\infty$.

►**4.** $s_n = \dfrac{-\,5\,n^2 - n + 4}{2\,n^3 + 4\,n^2 + 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -5\,n^2 - n + 4 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 2\,n^3 + 4\,n^2 + 6 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{-5 + \dfrac{-n}{n^2} + \dfrac{4}{n^2}}{2 + \dfrac{4n^2}{n^3} + \dfrac{6}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{-5 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{4}{n^2}}{2 + \dfrac{4}{n} + \dfrac{6}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-5 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{4}{n^2}}{2 + \dfrac{4}{n} + \dfrac{6}{n^3}} = \dfrac{-5}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n = 0$.

►5. $t_n = \dfrac{-6n^3 - 6n + 9}{-5n^3 - 8n - 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -6n^3 - 6n + 9 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -5n^3 - 8n - 6 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{-6 + \dfrac{-6n}{n^3} + \dfrac{9}{n^3}}{-5 + \dfrac{-8n}{n^3} + \dfrac{-6}{n^3}} = 1 \times \frac{-6 + \dfrac{-6}{n^2} + \dfrac{9}{n^3}}{-5 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{-6}{n^3}} = \frac{-6 + \dfrac{-6}{n^2} + \dfrac{9}{n^3}}{-5 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{-6}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n = \dfrac{6}{5}$.

Exercice 3

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \dfrac{8n^2 - 9n - 5}{5n^2 + 2n - 1}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} 8n^2 - 9n - 5 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 5n^2 + 2n - 1 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{8 + \dfrac{-9n}{n^2} + \dfrac{-5}{n^2}}{5 + \dfrac{2n}{n^2} + \dfrac{-1}{n^2}} = 1 \times \frac{8 + \dfrac{-9}{n} + \dfrac{-5}{n^2}}{5 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-1}{n^2}} = \frac{8 + \dfrac{-9}{n} + \dfrac{-5}{n^2}}{5 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-1}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \dfrac{8}{5}$.

►2. $v_n = \dfrac{-5n^2 - 6n - 3}{2n^3 + 7n + 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -5n^2 - 6n - 3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n^3 + 7n + 8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{-5 + \dfrac{-6n}{n^2} + \dfrac{-3}{n^2}}{2 + \dfrac{7n}{n^3} + \dfrac{8}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{-5 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{-3}{n^2}}{2 + \dfrac{7}{n^2} + \dfrac{8}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-5 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{-3}{n^2}}{2 + \dfrac{7}{n^2} + \dfrac{8}{n^3}} = \dfrac{-5}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$.

►3. $w_n = \dfrac{2\,n^3 + 3\,n^2 + 3}{-n^2 + 2\,n - 5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\,n^3 + 3\,n^2 + 3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 + 2\,n - 5 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{2 + \dfrac{3\,n^2}{n^3} + \dfrac{3}{n^3}}{-1 + \dfrac{2\,n}{n^2} + \dfrac{-5}{n^2}} = n \times \frac{2 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{3}{n^3}}{-1 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-5}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{3}{n^3}}{-1 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-5}{n^2}} = -2$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -\infty$.

►4. $s_n = -2\,n^3 + 7\,n + 9$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -2\,n^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 7\,n = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} s_n &= n^3 \left(-2 + \frac{7\,n}{n^3} + \frac{9}{n^3}\right) \\ &= n^3 \left(-2 + \frac{7}{n^2} + \frac{9}{n^3}\right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -2 + \dfrac{7}{n^2} + \dfrac{9}{n^3} = -2$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = -\infty$.

►5. $t_n = 2\,n^2 + 8\,n - 5$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\,n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 8\,n = +\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = +\infty$

Exercice 4

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \dfrac{-3\,n^3 - 7\,n - 4}{3\,n^3 + 2\,n + 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n^3 - 7\,n - 4 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n^3 + 2\,n + 2 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{-3 + \dfrac{-7\,n}{n^3} + \dfrac{-4}{n^3}}{3 + \dfrac{2\,n}{n^3} + \dfrac{2}{n^3}} = 1 \times \frac{-3 + \dfrac{-7}{n^2} + \dfrac{-4}{n^3}}{3 + \dfrac{2}{n^2} + \dfrac{2}{n^3}} = \frac{-3 + \dfrac{-7}{n^2} + \dfrac{-4}{n^3}}{3 + \dfrac{2}{n^2} + \dfrac{2}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$.

►2. $v_n = 2\,n^3 - 7\,n - 3$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\,n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -7\,n = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} v_n &= n^3\left(2+\frac{-7\,n}{n^3}+\frac{-3}{n^3}\right)\\ &= n^3\left(2+\frac{-7}{n^2}+\frac{-3}{n^3}\right)\end{aligned}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 2+\dfrac{-7}{n^2}+\dfrac{-3}{n^3}=2$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$.

►3. $w_n=n^3+4\,n^2+9$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 4\,n^2=+\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=+\infty$

►4. $s_n=\dfrac{-5\,n^3+6\,n^2-9}{-5\,n^2-4\,n+8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -5\,n^3+6\,n^2-9=-\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -5\,n^2-4\,n+8=-\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$s_n=\frac{n^3}{n^2}\times\frac{-5+\dfrac{6\,n^2}{n^3}+\dfrac{-9}{n^3}}{-5+\dfrac{-4\,n}{n^2}+\dfrac{8}{n^2}}=n\times\frac{-5+\dfrac{6}{n}+\dfrac{-9}{n^3}}{-5+\dfrac{-4}{n}+\dfrac{8}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-5+\dfrac{6}{n}+\dfrac{-9}{n^3}}{-5+\dfrac{-4}{n}+\dfrac{8}{n^2}}=1$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n=+\infty$.

►5. $t_n=\dfrac{9\,n^2+8\,n-6}{6\,n^3-n^2-5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 9\,n^2+8\,n-6=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n^3-n^2-5=+\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n=\frac{n^2}{n^3}\times\frac{9+\dfrac{8\,n}{n^2}+\dfrac{-6}{n^2}}{6+\dfrac{-n^2}{n^3}+\dfrac{-5}{n^3}}=\frac{1}{n}\times\frac{9+\dfrac{8}{n}+\dfrac{-6}{n^2}}{6+\dfrac{-1}{n}+\dfrac{-5}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{9+\dfrac{8}{n}+\dfrac{-6}{n^2}}{6+\dfrac{-1}{n}+\dfrac{-5}{n^3}}=\dfrac{3}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n=0$.

Exercice 5

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n=\dfrac{4\,n^2+7\,n-4}{6\,n^3+n-9}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 4\,n^2+7\,n-4=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n^3+n-9=+\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{4 + \frac{7\,n}{n^2} + \frac{-4}{n^2}}{6 + \frac{n}{n^3} + \frac{-9}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{4 + \frac{7}{n} + \frac{-4}{n^2}}{6 + \frac{1}{n^2} + \frac{-9}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{4 + \frac{7}{n} + \frac{-4}{n^2}}{6 + \frac{1}{n^2} + \frac{-9}{n^3}} = \frac{2}{3}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$.

►2. $v_n = \dfrac{6\,n^3 + 5\,n^2 - 1}{n^2 + 9\,n + 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} 6\,n^3 + 5\,n^2 - 1 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 + 9\,n + 6 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{6 + \frac{5\,n^2}{n^3} + \frac{-1}{n^3}}{1 + \frac{9\,n}{n^2} + \frac{6}{n^2}} = n \times \frac{6 + \frac{5}{n} + \frac{-1}{n^3}}{1 + \frac{9}{n} + \frac{6}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{6 + \frac{5}{n} + \frac{-1}{n^3}}{1 + \frac{9}{n} + \frac{6}{n^2}} = 6$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = +\infty$.

►3. $w_n = n^3 + 5\,n^2 + 7$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 5\,n^2 = +\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = +\infty$

►4. $s_n = 3\,n^3 - 3\,n^2 + 2$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} 3\,n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -3\,n^2 = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$s_n = n^3 \left(3 + \frac{-3\,n^2}{n^3} + \frac{2}{n^3}\right)$$
$$= n^3 \left(3 + \frac{-3}{n} + \frac{2}{n^3}\right)$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 + \frac{-3}{n} + \frac{2}{n^3} = 3$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = \dfrac{-6\,n^2 + 2\,n + 1}{-3\,n^2 - 8\,n + 4}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -6\,n^2 + 2\,n + 1 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -3\,n^2 - 8\,n + 4 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{-6 + \dfrac{2\,n}{n^2} + \dfrac{1}{n^2}}{-3 + \dfrac{-8\,n}{n^2} + \dfrac{4}{n^2}} = 1 \times \frac{-6 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{1}{n^2}}{-3 + \dfrac{-8}{n} + \dfrac{4}{n^2}} = \frac{-6 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{1}{n^2}}{-3 + \dfrac{-8}{n} + \dfrac{4}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n = 2$.