

Exercice 1

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \frac{5n^2 - 6n + 4}{3n^2 - 9n + 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5n^2 - 6n + 4 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 - 9n + 8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{5 + \frac{-6n}{n^2} + \frac{4}{n^2}}{3 + \frac{-9n}{n^2} + \frac{8}{n^2}} = 1 \times \frac{5 + \frac{-6}{n} + \frac{4}{n^2}}{3 + \frac{-9}{n} + \frac{8}{n^2}} = \frac{5 + \frac{-6}{n} + \frac{4}{n^2}}{3 + \frac{-9}{n} + \frac{8}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{5}{3}$.

►2. $v_n = -9n^2 - 4n - 9$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -9n^2 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -4n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$

►3. $w_n = \frac{3n^3 + 8n + 5}{7n^2 + n - 3}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + 8n + 5 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7n^2 + n - 3 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{3 + \frac{8n}{n^3} + \frac{5}{n^3}}{7 + \frac{n}{n^2} + \frac{-3}{n^2}} = n \times \frac{3 + \frac{8}{n^2} + \frac{5}{n^3}}{7 + \frac{1}{n} + \frac{-3}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{8}{n^2} + \frac{5}{n^3}}{7 + \frac{1}{n} + \frac{-3}{n^2}} = \frac{3}{7}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty$.

►4. $s_n = \frac{n^2 + 2n + 8}{-7n^3 + n + 9}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 + 2n + 8 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^3 + n + 9 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{1 + \frac{2n}{n^2} + \frac{8}{n^2}}{-7 + \frac{n}{n^3} + \frac{9}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{8}{n^2}}{-7 + \frac{1}{n^2} + \frac{9}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{8}{n^2}}{-7 + \frac{1}{n^2} + \frac{9}{n^3}} = \frac{-1}{7}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 0$.

►5. $t_n = -9n^3 + 7n + 7$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -9n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7n = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} t_n &= n^3 \left(-9 + \frac{7n}{n^3} + \frac{7}{n^3} \right) \\ &= n^3 \left(-9 + \frac{7}{n^2} + \frac{7}{n^3} \right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -9 + \frac{7}{n^2} + \frac{7}{n^3} = -9$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = -\infty$.

Exercice 2

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \frac{-3n^2 - 3n + 8}{-8n^3 - 9n^2 + 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3n^2 - 3n + 8 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^3 - 9n^2 + 2 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{-3 + \frac{-3n}{n^2} + \frac{8}{n^2}}{-8 + \frac{-9n^2}{n^3} + \frac{2}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{-3 + \frac{-3}{n} + \frac{8}{n^2}}{-8 + \frac{-9}{n} + \frac{2}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3 + \frac{-3}{n} + \frac{8}{n^2}}{-8 + \frac{-9}{n} + \frac{2}{n^3}} = \frac{3}{8}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

►2. $v_n = \frac{-7n^3 + 2n + 8}{-7n^2 - 6n - 5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^3 + 2n + 8 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^2 - 6n - 5 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-7 + \frac{2n}{n^3} + \frac{8}{n^3}}{-7 + \frac{-6n}{n^2} + \frac{-5}{n^2}} = n \times \frac{-7 + \frac{2}{n^2} + \frac{8}{n^3}}{-7 + \frac{-6}{n} + \frac{-5}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-7 + \frac{2}{n^2} + \frac{8}{n^3}}{-7 + \frac{-6}{n} + \frac{-5}{n^2}} = 1$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

►3. $w_n = -3n^3 - 6n + 1$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -6n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -\infty$.

►4. $s_n = \frac{-6n^2 - n - 2}{-3n^2 + 9n - 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -6n^2 - n - 2 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3n^2 + 9n - 2 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{-6 + \frac{-n}{n^2} + \frac{-2}{n^2}}{-3 + \frac{9n}{n^2} + \frac{-2}{n^2}} = 1 \times \frac{-6 + \frac{-1}{n} + \frac{-2}{n^2}}{-3 + \frac{9}{n} + \frac{-2}{n^2}} = \frac{-6 + \frac{-1}{n} + \frac{-2}{n^2}}{-3 + \frac{9}{n} + \frac{-2}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 2$.

►5. $t_n = -3n^3 + 4n^2 - 1$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} t_n &= n^3 \left(-3 + \frac{4n^2}{n^3} + \frac{-1}{n^3} \right) \\ &= n^3 \left(-3 + \frac{4}{n} + \frac{-1}{n^3} \right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3 + \frac{4}{n} + \frac{-1}{n^3} = -3$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = -\infty$.

Exercice 3

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \frac{-5n^3 + 7n^2 + 2}{8n^3 - 4n^2 - 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5n^3 + 7n^2 + 2 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 8n^3 - 4n^2 - 8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{-5 + \frac{7n^2}{n^3} + \frac{2}{n^3}}{8 + \frac{-4n^2}{n^3} + \frac{-8}{n^3}} = 1 \times \frac{-5 + \frac{7}{n} + \frac{2}{n^3}}{8 + \frac{-4}{n} + \frac{-8}{n^3}} = \frac{-5 + \frac{7}{n} + \frac{2}{n^3}}{8 + \frac{-4}{n} + \frac{-8}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{-5}{8}$.

►2. $v_n = \frac{5n^2 + 9n - 8}{-9n^3 + 6n - 4}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5n^2 + 9n - 8 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -9n^3 + 6n - 4 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{5 + \frac{9n}{n^2} + \frac{-8}{n^2}}{-9 + \frac{6n}{n^3} + \frac{-4}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{5 + \frac{9}{n} + \frac{-8}{n^2}}{-9 + \frac{6}{n^2} + \frac{-4}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{9}{n} + \frac{-8}{n^2}}{-9 + \frac{6}{n^2} + \frac{-4}{n^3}} = \frac{-5}{9}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$.

►3. $w_n = -n^3 - 8n^2 - 8$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^2 = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -\infty$

►4. $s_n = \frac{-2n^3 + n + 9}{-6n^2 + 8n - 1}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^3 + n + 9 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -6n^2 + 8n - 1 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-2 + \frac{n}{n^3} + \frac{9}{n^3}}{-6 + \frac{8n}{n^2} + \frac{-1}{n^2}} = n \times \frac{-2 + \frac{1}{n^2} + \frac{9}{n^3}}{-6 + \frac{8}{n} + \frac{-1}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{1}{n^2} + \frac{9}{n^3}}{-6 + \frac{8}{n} + \frac{-1}{n^2}} = \frac{1}{3}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = 4n^3 - 4n^2 + 1$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -4n^2 = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} t_n &= n^3 \left(4 + \frac{-4n^2}{n^3} + \frac{1}{n^3} \right) \\ &= n^3 \left(4 + \frac{-4}{n} + \frac{1}{n^3} \right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4 + \frac{-4}{n} + \frac{1}{n^3} = 4$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = +\infty$.

Exercice 4

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = 7n^3 - 2n - 8$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} u_n &= n^3 \left(7 + \frac{-2n}{n^3} + \frac{-8}{n^3} \right) \\ &= n^3 \left(7 + \frac{-2}{n^2} + \frac{-8}{n^3} \right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 + \frac{-2}{n^2} + \frac{-8}{n^3} = 7$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

►2. $v_n = -8n^3 - 8n - 8$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$

►3. $w_n = \frac{-6n^3 + n^2 + 6}{2n^3 + 8n^2 + 3}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -6n^3 + n^2 + 6 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^3 + 8n^2 + 3 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{-6 + \frac{n^2}{n^3} + \frac{6}{n^3}}{2 + \frac{8n^2}{n^3} + \frac{3}{n^3}} = 1 \times \frac{-6 + \frac{1}{n} + \frac{6}{n^3}}{2 + \frac{8}{n} + \frac{3}{n^3}} = \frac{-6 + \frac{1}{n} + \frac{6}{n^3}}{2 + \frac{8}{n} + \frac{3}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -3$.

►4. $s_n = \frac{n^3 - 6n^2 + 8}{7n^2 - 4n + 4}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 - 6n^2 + 8 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7n^2 - 4n + 4 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{1 + \frac{-6n^2}{n^3} + \frac{8}{n^3}}{7 + \frac{-4n}{n^2} + \frac{4}{n^2}} = n \times \frac{1 + \frac{-6}{n} + \frac{8}{n^3}}{7 + \frac{-4}{n} + \frac{4}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{-6}{n} + \frac{8}{n^3}}{7 + \frac{-4}{n} + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{7}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = \frac{7n^2 - 6n + 9}{2n^3 + 8n^2 + 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7n^2 - 6n + 9 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^3 + 8n^2 + 8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{7 + \frac{-6n}{n^2} + \frac{9}{n^2}}{2 + \frac{8n^2}{n^3} + \frac{8}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{7 + \frac{-6}{n} + \frac{9}{n^2}}{2 + \frac{8}{n} + \frac{8}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7 + \frac{-6}{n} + \frac{9}{n^2}}{2 + \frac{8}{n} + \frac{8}{n^3}} = \frac{7}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = 0$.

Exercice 5

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \frac{-8n^2 + 8n + 8}{-5n^2 + 8n - 7}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^2 + 8n + 8 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5n^2 + 8n - 7 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{-8 + \frac{8n}{n^2} + \frac{8}{n^2}}{-5 + \frac{8n}{n^2} + \frac{-7}{n^2}} = 1 \times \frac{-8 + \frac{8}{n} + \frac{8}{n^2}}{-5 + \frac{8}{n} + \frac{-7}{n^2}} = \frac{-8 + \frac{8}{n} + \frac{8}{n^2}}{-5 + \frac{8}{n} + \frac{-7}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{8}{5}$.

►2. $v_n = -5n^3 + 9n^2 + 9$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5n^3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 9n^2 = +\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned} v_n &= n^3 \left(-5 + \frac{9n^2}{n^3} + \frac{9}{n^3} \right) \\ &= n^3 \left(-5 + \frac{9}{n} + \frac{9}{n^3} \right) \end{aligned}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5 + \frac{9}{n} + \frac{9}{n^3} = -5$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$.

►3. $w_n = \frac{-8n^2 - 5n - 3}{5n^3 + 2n + 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^2 - 5n - 3 = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5n^3 + 2n + 2 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{-8 + \frac{-5n}{n^2} + \frac{-3}{n^2}}{5 + \frac{2n}{n^3} + \frac{2}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{-8 + \frac{-5}{n} + \frac{-3}{n^2}}{5 + \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-8 + \frac{-5}{n} + \frac{-3}{n^2}}{5 + \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}} = \frac{-8}{5}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$.

►4. $s_n = 2n^3 + 5n - 4$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5n = +\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = +\infty$

►5. $t_n = \frac{4n^3 - 2n^2 + 4}{5n^2 - 2n + 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 - 2n^2 + 4 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5n^2 - 2n + 6 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{4 + \frac{-2n^2}{n^3} + \frac{4}{n^3}}{5 + \frac{-2n}{n^2} + \frac{6}{n^2}} = n \times \frac{4 + \frac{-2}{n} + \frac{4}{n^3}}{5 + \frac{-2}{n} + \frac{6}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{-2}{n} + \frac{4}{n^3}}{5 + \frac{-2}{n} + \frac{6}{n^2}} = \frac{4}{5}$.

Par produit, on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = +\infty$.