Exercice 1

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \dfrac{-9\,n^3 - 7\,n - 7}{4\,n^3 - 8\,n + 5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} -9\,n^3 - 7\,n - 7 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 4\,n^3 - 8\,n + 5 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{-9 + \dfrac{-7\,n}{n^3} + \dfrac{-7}{n^3}}{4 + \dfrac{-8\,n}{n^3} + \dfrac{5}{n^3}} = 1 \times \frac{-9 + \dfrac{-7}{n^2} + \dfrac{-7}{n^3}}{4 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{5}{n^3}} = \frac{-9 + \dfrac{-7}{n^2} + \dfrac{-7}{n^3}}{4 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{5}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \dfrac{-9}{4}$.

►2. $v_n = -3\,n^2 - 8\,n + 6$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} -3\,n^2 = -\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -8\,n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty$

►3. $w_n = \dfrac{6\,n^3 - 8\,n - 8}{5\,n^2 - n + 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} 6\,n^3 - 8\,n - 8 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 5\,n^2 - n + 2 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{6 + \dfrac{-8\,n}{n^3} + \dfrac{-8}{n^3}}{5 + \dfrac{-n}{n^2} + \dfrac{2}{n^2}} = n \times \frac{6 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{-8}{n^3}}{5 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{2}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{6 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{-8}{n^3}}{5 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{2}{n^2}} = \dfrac{6}{5}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = +\infty$.

►4. $s_n = 9\,n^3 - 4\,n^2 + 4$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} 9\,n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} -4\,n^2 = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$s_n = n^3 \left(9 + \frac{-4\,n^2}{n^3} + \frac{4}{n^3}\right)$$
$$= n^3 \left(9 + \frac{-4}{n} + \frac{4}{n^3}\right)$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} 9 + \dfrac{-4}{n} + \dfrac{4}{n^3} = 9$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = \dfrac{7\,n^2 - 3\,n - 4}{n^3 - n^2 - 2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} 7\,n^2 - 3\,n - 4 = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 - n^2 - 2 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{7 + \dfrac{-3\,n}{n^2} + \dfrac{-4}{n^2}}{1 + \dfrac{-n^2}{n^3} + \dfrac{-2}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{7 + \dfrac{-3}{n} + \dfrac{-4}{n^2}}{1 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{-2}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{7 + \dfrac{-3}{n} + \dfrac{-4}{n^2}}{1 + \dfrac{-1}{n} + \dfrac{-2}{n^3}} = 7$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = 0$.

Exercice 2

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = \dfrac{n^2 + 7\,n + 8}{-3\,n^2 + 6\,n - 7}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 + 7\,n + 8 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n^2 + 6\,n - 7 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$u_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{1 + \dfrac{7\,n}{n^2} + \dfrac{8}{n^2}}{-3 + \dfrac{6\,n}{n^2} + \dfrac{-7}{n^2}} = 1 \times \frac{1 + \dfrac{7}{n} + \dfrac{8}{n^2}}{-3 + \dfrac{6}{n} + \dfrac{-7}{n^2}} = \frac{1 + \dfrac{7}{n} + \dfrac{8}{n^2}}{-3 + \dfrac{6}{n} + \dfrac{-7}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{-1}{3}$.

►2. $v_n = \dfrac{-7\,n^2 - 6\,n + 2}{6\,n^3 + n - 8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -7\,n^2 - 6\,n + 2 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n^3 + n - 8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{-7 + \dfrac{-6\,n}{n^2} + \dfrac{2}{n^2}}{6 + \dfrac{n}{n^3} + \dfrac{-8}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{-7 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{2}{n^2}}{6 + \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{-8}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-7 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{2}{n^2}}{6 + \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{-8}{n^3}} = \dfrac{-7}{6}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$.

►3. $w_n = -n^3 - 3\,n - 8$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -n^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -\infty$

►4. $s_n = 6\,n^3 - 2\,n - 5$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -2\,n = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$s_n = n^3 \left(6 + \frac{-2\,n}{n^3} + \frac{-5}{n^3}\right)$$
$$= n^3 \left(6 + \frac{-2}{n^2} + \frac{-5}{n^3}\right)$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 6 + \dfrac{-2}{n^2} + \dfrac{-5}{n^3} = 6$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = \dfrac{9\,n^3 + 5\,n - 4}{2\,n^2 - 6\,n + 5}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 9\,n^3 + 5\,n - 4 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\,n^2 - 6\,n + 5 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{9 + \dfrac{5\,n}{n^3} + \dfrac{-4}{n^3}}{2 + \dfrac{-6\,n}{n^2} + \dfrac{5}{n^2}} = n \times \frac{9 + \dfrac{5}{n^2} + \dfrac{-4}{n^3}}{2 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{5}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{9 + \dfrac{5}{n^2} + \dfrac{-4}{n^3}}{2 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{5}{n^2}} = \dfrac{9}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = +\infty$.

Exercice 3

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = 9\,n^2 - 6\,n - 7$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 9\,n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -6\,n = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^2).

$$u_n = n^2 \left(9 + \frac{-6\,n}{n^2} + \frac{-7}{n^2}\right)$$
$$= n^2 \left(9 + \frac{-6}{n} + \frac{-7}{n^2}\right)$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 9 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{-7}{n^2} = 9$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

►2. $v_n = -4\,n^3 - n^2 + 8$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -4\,n^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$

►3. $w_n = \dfrac{-9\,n^3 - 8\,n - 1}{-3\,n^2 - 7\,n + 4}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -9\,n^3 - 8\,n - 1 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n^2 - 7\,n + 4 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-9 + \dfrac{-8\,n}{n^3} + \dfrac{-1}{n^3}}{-3 + \dfrac{-7\,n}{n^2} + \dfrac{4}{n^2}} = n \times \frac{-9 + \dfrac{-8}{n^2} + \dfrac{-1}{n^3}}{-3 + \dfrac{-7}{n} + \dfrac{4}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-9+\dfrac{-8}{n^2}+\dfrac{-1}{n^3}}{-3+\dfrac{-7}{n}+\dfrac{4}{n^2}} = 3$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$.

▶4. $s_n = \dfrac{3\,n^2+9\,n-2}{8\,n^3-7\,n-3}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n^2+9\,n-2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 8\,n^3-7\,n-3 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{3+\dfrac{9\,n}{n^2}+\dfrac{-2}{n^2}}{8+\dfrac{-7\,n}{n^3}+\dfrac{-3}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{3+\dfrac{9}{n}+\dfrac{-2}{n^2}}{8+\dfrac{-7}{n^2}+\dfrac{-3}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3+\dfrac{9}{n}+\dfrac{-2}{n^2}}{8+\dfrac{-7}{n^2}+\dfrac{-3}{n^3}} = \dfrac{3}{8}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = 0$.

▶5. $t_n = \dfrac{8\,n^3-9\,n-6}{5\,n^3-8\,n-8}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 8\,n^3-9\,n-6 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 5\,n^3-8\,n-8 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^3}{n^3} \times \frac{8+\dfrac{-9\,n}{n^3}+\dfrac{-6}{n^3}}{5+\dfrac{-8\,n}{n^3}+\dfrac{-8}{n^3}} = 1 \times \frac{8+\dfrac{-9}{n^2}+\dfrac{-6}{n^3}}{5+\dfrac{-8}{n^2}+\dfrac{-8}{n^3}} = \frac{8+\dfrac{-9}{n^2}+\dfrac{-6}{n^3}}{5+\dfrac{-8}{n^2}+\dfrac{-8}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = \dfrac{8}{5}$.

Exercice 4

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

▶1. $u_n = 4\,n^2+n+1$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 4\,n^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

▶2. $v_n = \dfrac{-4\,n^3+9\,n+9}{-8\,n^2-9\,n+2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} -4\,n^3+9\,n+9 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -8\,n^2-9\,n+2 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$v_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{-4+\dfrac{9\,n}{n^3}+\dfrac{9}{n^3}}{-8+\dfrac{-9\,n}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}} = n \times \frac{-4+\dfrac{9}{n^2}+\dfrac{9}{n^3}}{-8+\dfrac{-9}{n}+\dfrac{2}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{-4+\dfrac{9}{n^2}+\dfrac{9}{n^3}}{-8+\dfrac{-9}{n}+\dfrac{2}{n^2}}=\dfrac{1}{2}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$.

►3. $w_n=\dfrac{6\,n^2+3\,n-3}{-3\,n^3-8\,n-2}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 6\,n^2+3\,n-3=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\,n^3-8\,n-2=-\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$w_n=\frac{n^2}{n^3}\times\frac{6+\dfrac{3\,n}{n^2}+\dfrac{-3}{n^2}}{-3+\dfrac{-8\,n}{n^3}+\dfrac{-2}{n^3}}\quad=\frac{1}{n}\times\frac{6+\dfrac{3}{n}+\dfrac{-3}{n^2}}{-3+\dfrac{-8}{n^2}+\dfrac{-2}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n}=0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{6+\dfrac{3}{n}+\dfrac{-3}{n^2}}{-3+\dfrac{-8}{n^2}+\dfrac{-2}{n^3}}=-2$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=0$.

►4. $s_n=\dfrac{2\,n^3-n+5}{-7\,n^3+9\,n+6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\,n^3-n+5=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -7\,n^3+9\,n+6=-\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$s_n=\frac{n^3}{n^3}\times\frac{2+\dfrac{-n}{n^3}+\dfrac{5}{n^3}}{-7+\dfrac{9\,n}{n^3}+\dfrac{6}{n^3}}\quad=1\times\frac{2+\dfrac{-1}{n^2}+\dfrac{5}{n^3}}{-7+\dfrac{9}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}}=\frac{2+\dfrac{-1}{n^2}+\dfrac{5}{n^3}}{-7+\dfrac{9}{n^2}+\dfrac{6}{n^3}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n=\dfrac{-2}{7}$.

►5. $t_n=-8\,n^3+4\,n^2+9$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -8\,n^3=-\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 4\,n^2=+\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$\begin{aligned}t_n&=n^3\left(-8+\frac{4\,n^2}{n^3}+\frac{9}{n^3}\right)\\&=n^3\left(-8+\frac{4}{n}+\frac{9}{n^3}\right)\end{aligned}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -8+\dfrac{4}{n}+\dfrac{9}{n^3}=-8$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n=-\infty$.

Exercice 5

Lorsqu'elles existent, calculer les limites des suites suivantes définies pour tout entier n non nul.

►1. $u_n = -8\,n^2 - 4\,n - 2$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} -8\,n^2 = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -4\,n = -\infty$.

Par somme, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

►2. $v_n = 8\,n^3 - n + 7$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} 8\,n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -n = -\infty$.

Par somme, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser par le terme de plus haut degré (ici n^3).

$$v_n = n^3\left(8 + \frac{-\,n}{n^3} + \frac{7}{n^3}\right)$$
$$= n^3\left(8 + \frac{-\,1}{n^2} + \frac{7}{n^3}\right)$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 8 + \dfrac{-\,1}{n^2} + \dfrac{7}{n^3} = 8$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

►3. $w_n = \dfrac{n^2 + 3\,n + 6}{-4\,n^2 + 6\,n - 7}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 + 3\,n + 6 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} -4\,n^2 + 6\,n - 7 = -\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$w_n = \frac{n^2}{n^2} \times \frac{1 + \dfrac{3\,n}{n^2} + \dfrac{6}{n^2}}{-4 + \dfrac{6\,n}{n^2} + \dfrac{-\,7}{n^2}} = 1 \times \frac{1 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{6}{n^2}}{-4 + \dfrac{6}{n} + \dfrac{-\,7}{n^2}} = \frac{1 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{6}{n^2}}{-4 + \dfrac{6}{n} + \dfrac{-\,7}{n^2}}$$

Par quotient, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \dfrac{-1}{4}$.

►4. $s_n = \dfrac{3\,n^3 - n^2 - 7}{3\,n^2 + 2\,n - 1}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n^3 - n^2 - 7 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n^2 + 2\,n - 1 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^3 pour le numérateur et n^2 pour le dénominateur.

$$s_n = \frac{n^3}{n^2} \times \frac{3 + \dfrac{-\,n^2}{n^3} + \dfrac{-\,7}{n^3}}{3 + \dfrac{2\,n}{n^2} + \dfrac{-\,1}{n^2}} = n \times \frac{3 + \dfrac{-\,1}{n} + \dfrac{-\,7}{n^3}}{3 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-\,1}{n^2}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$.

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3 + \dfrac{-\,1}{n} + \dfrac{-\,7}{n^3}}{3 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{-\,1}{n^2}} = 1$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = +\infty$.

►5. $t_n = \dfrac{3\,n^2 + 3\,n - 4}{9\,n^3 - 6\,n^2 + 6}$

Nous pouvons conjecturer que $\lim\limits_{n\to+\infty} 3\,n^2 + 3\,n - 4 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 9\,n^3 - 6\,n^2 + 6 = +\infty$.

Par quotient, on obtient une forme indéterminée. Nous allons donc factoriser le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré : n^2 pour le numérateur et n^3 pour le dénominateur.

$$t_n = \frac{n^2}{n^3} \times \frac{3 + \dfrac{3\,n}{n^2} + \dfrac{-\,4}{n^2}}{9 + \dfrac{-\,6\,n^2}{n^3} + \dfrac{6}{n^3}} = \frac{1}{n} \times \frac{3 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{-\,4}{n^2}}{9 + \dfrac{-\,6}{n} + \dfrac{6}{n^3}}$$

Nous savons que $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

Par quotient, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{-4}{n^2}}{9 + \dfrac{-6}{n} + \dfrac{6}{n^3}} = \dfrac{1}{3}$.

Par produit, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n = 0$.