

Corrigé de l'exercice 1**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $u = 5 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) i$.

2)

$|u| = 5$ et $\arg(u) = -\frac{\pi}{4}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $uv = 5 \cdot 3 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} \right) \right) = 15 \left(\cos \left(\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{12} \right) \right)$.

$\arg(uv) = \frac{5\pi}{12}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $u^5 = 5^5 \left(\cos \left(5 \cdot -\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(5 \cdot -\frac{\pi}{4} \right) \right) = 3125 \left(\cos \left(\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{4} \right) \right)$.

$\arg(u^5) = \frac{3\pi}{4}$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 2**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $u = 4 \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right) = -4 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) - 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i$.

2)

$|u| = 4$ et $\arg(u) = -\frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $uv = 4 \cdot 3 \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} \right) \right) = 12 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \right)$.

$\arg(uv) = \frac{\pi}{6}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $u^5 = 4^5 \left(\cos \left(5 \cdot -\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(5 \cdot -\frac{2\pi}{3} \right) \right) = 1024 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right)$.

$\arg(u^5) = \frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 3**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $u = 4 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right) = -4 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i$.

2)

$|u| = 4$ et $\arg(u) = \frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $uv = 4 \cdot 3 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \right) \right) = 12 \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) \right)$.

$\arg(uv) = -\frac{5\pi}{6}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $u^3 = 4^3 \left(\cos \left(3 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(3 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) \right) = 64 (\cos(0) + i \sin(0))$.
 $\arg(u^3) = 0$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 4

Argument et forme trigonométrique

1)

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $z = 3 (\cos(\pi) + i \sin(\pi)) = -3$.

2)

$|z| = 3$ et $\arg(z) = \pi$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $zw = 3 \cdot 4 \left(\cos \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 12 \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$.

$\arg(zw) = -\frac{3\pi}{4}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $z^5 = 3^5 (\cos(5 \cdot \pi) + i \sin(5 \cdot \pi)) = 243 (\cos(\pi) + i \sin(\pi))$.
 $\arg(z^5) = \pi$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 5

Argument et forme trigonométrique

1)

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $z = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \right) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) i$.

2)

$|z| = 2$ et $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $zw = 2 \cdot 3 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} \right) \right) = 6 (\cos(\pi) + i \sin(\pi))$.

$\arg(zw) = \pi$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $z^2 = 2^2 \left(\cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} \right) \right) = 4 \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) \right)$.

$\arg(z^2) = \frac{\pi}{3}$ (argument principal).