

Corrigé de l'exercice 1**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $z = 5 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) - 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i.$

2)

$|z| = 5$ et $\arg(z) = -\frac{\pi}{3}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $zw = 5 \cdot 4 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} + -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} + -\frac{\pi}{6} \right) \right) = 20 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right).$

$\arg(zw) = -\frac{\pi}{2}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $z^3 = 5^3 \left(\cos \left(3 \cdot -\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(3 \cdot -\frac{\pi}{3} \right) \right) = 125 (\cos(\pi) + i \sin(\pi)).$

$\arg(z^3) = \pi$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 2**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $z = 3 (\cos(0) + i \sin(0)) = 3$.

2)

$|z| = 3$ et $\arg(z) = 0$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $zw = 3 \cdot 5 \left(\cos \left(0 + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(0 + \frac{2\pi}{3} \right) \right) = 15 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right).$

$\arg(zw) = \frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $z^2 = 3^2 (\cos(2 \cdot 0) + i \sin(2 \cdot 0)) = 9 (\cos(0) + i \sin(0)).$

$\arg(z^2) = 0$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 3**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $u = 2 \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) \right) = -2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) i.$

2)

$|u| = 2$ et $\arg(u) = -\frac{5\pi}{6}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $uv = 2 \cdot 5 \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} + -\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} + -\frac{2\pi}{3} \right) \right) = 10 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right).$

$\arg(uv) = \frac{\pi}{2}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $u^3 = 2^3 \left(\cos \left(3 \cdot -\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(3 \cdot -\frac{5\pi}{6} \right) \right) = 8 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right).$

$\arg(u^3) = -\frac{\pi}{2}$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 4**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $z_1 = 5 \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) = -5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) i.$

2)

$|z_1| = 5$ et $\arg(z_1) = \frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $z_1 z_2 = 5 \cdot 3 \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \right) = 15 \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right).$

$\arg(z_1 z_2) = -\frac{2\pi}{3}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $z_1^3 = 5^3 \left(\cos\left(3 \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(3 \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \right) = 125 (\cos(0) + i \sin(0)).$

$\arg(z_1^3) = 0$ (argument principal).

Corrigé de l'exercice 5**Argument et forme trigonométrique****1)**

On utilise les valeurs exactes de cos et sin : $u = 2 \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right) = -2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) i.$

2)

$|u| = 2$ et $\arg(u) = \frac{3\pi}{4}$ (argument principal).

3)

On rappelle : $|zw| = |z||w|$ et $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w) \pmod{2\pi}$.

Donc $uv = 2 \cdot 4 \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + -\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4} + -\frac{\pi}{6}\right) \right) = 8 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right).$

$\arg(uv) = \frac{7\pi}{12}$ (argument principal).

4)

Par la formule de Moivre : $u^2 = 2^2 \left(\cos\left(2 \cdot \frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(2 \cdot \frac{3\pi}{4}\right) \right) = 4 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right).$

$\arg(u^2) = -\frac{\pi}{2}$ (argument principal).