

Exercice 1

On considère les entiers $a = 60$ et $b = 33$.

- 1. Calculer le PGCD de 60 et 33 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$60u + 33v = 3$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$60x + 33y = 3$$

- 4. Montrer que si $60 \mid 33n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $20 \mid n$.

Exercice 2

On considère les entiers $a = 45$ et $b = 24$.

- 1. Calculer le PGCD de 45 et 24 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$45u + 24v = 3$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$45x + 24y = 3$$

- 4. Montrer que si $45 \mid 24n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $15 \mid n$.

Exercice 3

On considère les entiers $a = 128$ et $b = 60$.

- 1. Calculer le PGCD de 128 et 60 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$128u + 60v = 4$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$128x + 60y = 4$$

- 4. Montrer que si $128 \mid 60n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $32 \mid n$.