

Exercice 1

On considère les entiers $a = 65$ et $b = 40$.

- 1. Calculer le PGCD de 65 et 40 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$65u + 40v = 5$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$65x + 40y = 5$$

- 4. Montrer que si $65 \mid 40n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $13 \mid n$.

Exercice 2

On considère les entiers $a = 78$ et $b = 48$.

- 1. Calculer le PGCD de 78 et 48 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$78u + 48v = 6$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$78x + 48y = 6$$

- 4. Montrer que si $78 \mid 48n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $13 \mid n$.

Exercice 3

On considère les entiers $a = 105$ et $b = 65$.

- 1. Calculer le PGCD de 105 et 65 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- 2. Déterminer des entiers u et v tels que :

$$105u + 65v = 5$$

- 3. En déduire une solution entière de l'équation :

$$105x + 65y = 5$$

- 4. Montrer que si $105 \mid 65n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), alors $21 \mid n$.