

Corrigé de l'exercice 1

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(B)$ par la formule des probabilités totales.
- On calcule $P(A \cap B)$ puis $P(A)P(B)$.
- On conclut : A et B sont indépendants ssi $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- On calcule enfin $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et on donne une valeur approchée.

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \\ P(A \cap B) &= P(A)P(B | A) = \frac{3}{10} \times \frac{17}{20} = \frac{51}{200} \\ P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A})P(B | \bar{A}) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{50} = \frac{21}{500} \\ P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{51}{200} + \frac{21}{500} = \frac{297}{1000} \\ P(B) &\approx 0.297 \\ P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{51}{200}}{\frac{297}{1000}} = \frac{85}{99} \\ P(A | B) &\approx 0.859 \end{aligned}$$

On compare $P(A \cap B)$ et $P(A)P(B)$: $P(A \cap B) = \frac{51}{200}$ et $P(A)P(B) = \frac{891}{10000}$. Comme ces valeurs sont différentes, A et B ne sont pas indépendants.

Interpretation : Ceci représente la probabilité que l'élève connaisse la réponse sachant qu'il a répondu juste.

Corrigé de l'exercice 2

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On applique la formule des probabilités totales : $P(B) = P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A})$.
- On calcule ensuite $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$.
- Comme $P(B) \neq 0$, on calcule $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

- On donne une valeur approchée et on interprète le résultat dans le contexte.

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20} \\
 P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{3}{20} \times \frac{19}{20} = \frac{57}{400} \\
 P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{17}{20} \times \frac{1}{10} = \frac{17}{200} \\
 P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{57}{400} + \frac{17}{200} = \frac{91}{400} \\
 P(B) &\approx 0.228 \\
 P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{57}{400}}{\frac{91}{400}} = \frac{57}{91} \\
 P(A | B) &\approx 0.626
 \end{aligned}$$

Interpretation : Ceci représente la probabilité que le serveur soit saturé sachant qu'une connexion a échoué.

Corrigé de l'exercice 3

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On applique la formule des probabilités totales : $P(B) = P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A})$.
- On calcule ensuite $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$.
- Comme $P(B) \neq 0$, on calcule $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- On donne une valeur approchée et on interprète le résultat dans le contexte.

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \\
 P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{1}{20} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{200} \\
 P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{19}{20} \times \frac{1}{10} = \frac{19}{200} \\
 P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{9}{200} + \frac{19}{200} = \frac{28}{200} \\
 P(B) &\approx 0.140 \\
 P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{9}{200}}{\frac{28}{200}} = \frac{9}{28} \\
 P(A | B) &\approx 0.321
 \end{aligned}$$

Interpretation : Ceci représente la probabilité qu'une pièce soit défectueuse sachant qu'elle a été signalée défectueuse.