

Corrigé de l'exercice 1

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(B)$ par la formule des probabilités totales.
- On calcule $P(A \cap B)$ puis $P(A)P(B)$.
- On conclut : A et B sont indépendants ssi $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- On calcule enfin $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et on donne une valeur approchée.

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \\ P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{1}{5} \times \frac{19}{20} = \frac{19}{100} \\ P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{50} = \frac{6}{125} \\ P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{19}{100} + \frac{6}{125} = \frac{119}{500} \\ P(B) &\approx 0.238 \\ P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{19}{100}}{\frac{119}{500}} = \frac{95}{119} \\ P(A | B) &\approx 0.798 \end{aligned}$$

On compare $P(A \cap B)$ et $P(A)P(B)$: $P(A \cap B) = \frac{19}{100}$ et $P(A)P(B) = \frac{119}{2500}$. Comme ces valeurs sont différentes, A et B ne sont pas indépendants.

Interpretation : Ceci représente la probabilité qu'une pièce soit défectueuse sachant qu'elle a été signalée défectueuse.

Corrigé de l'exercice 2

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$ et $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B | \bar{A})$.
- On en déduit $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$.

- Comme $P(B) \neq 0$, on calcule $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- On donne une valeur approchée au millièmes.

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25} \\
 P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{2}{25} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{125} \\
 P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{23}{25} \times \frac{2}{25} = \frac{46}{625} \\
 P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{7}{125} + \frac{46}{625} = \frac{81}{625} \\
 P(B) &\approx 0.130 \\
 P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{125}}{\frac{81}{625}} = \frac{35}{81} \\
 P(A | B) &\approx 0.432
 \end{aligned}$$

Interpretation : Ceci représente la probabilité que le serveur soit saturé sachant qu'une connexion a échoué.

Corrigé de l'exercice 3

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(B)$ par la formule des probabilités totales.
- On calcule $P(A \cap B)$ puis $P(A)P(B)$.
- On conclut : A et B sont indépendants ssi $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- On calcule enfin $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et on donne une valeur approchée.

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \\
 P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{1}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{80} \\
 P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{19}{20} \times \frac{1}{20} = \frac{19}{400} \\
 P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{80} + \frac{19}{400} = \frac{17}{200} \\
 P(B) &\approx 0.085 \\
 P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{80}}{\frac{17}{200}} = \frac{15}{34} \\
 P(A | B) &\approx 0.441
 \end{aligned}$$

On compare $P(A \cap B)$ et $P(A)P(B)$: $P(A \cap B) = \frac{3}{80}$ et $P(A)P(B) = \frac{17}{4000}$. Comme ces valeurs sont différentes, A et B ne sont pas indépendants.

Interpretation : Ceci représente la probabilité que l'élève connaisse la réponse sachant qu'il a répondu juste.