

Corrigé de l'exercice 1

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$ et $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B | \bar{A})$.
- On en deduit $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$.
- Comme $P(B) \neq 0$, on calcule $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- On donne une valeur approchée au millièmes.

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \\ P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{3}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{27}{100} \\ P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{7}{10} \times \frac{1}{50} = \frac{7}{500} \\ P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{27}{100} + \frac{7}{500} = \frac{71}{250} \\ P(B) &\approx 0.284 \\ P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{27}{100}}{\frac{71}{250}} = \frac{135}{142} \\ P(A | B) &\approx 0.951 \end{aligned}$$

Interpretation : Ceci represente la probabilite que le serveur soit sature sachant qu'une connexion a echoue.

Corrigé de l'exercice 2

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(B)$ par la formule des probabilites totales.
- On calcule $P(A \cap B)$ puis $P(A)P(B)$.
- On conclut : A et B sont independants ssi $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- On calcule enfin $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et on donne une valeur approchée.

$$\begin{aligned}
P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25} \\
P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{2}{25} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{125} \\
P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{23}{25} \times \frac{3}{50} = \frac{69}{1250} \\
P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{9}{125} + \frac{69}{1250} = \frac{159}{1250} \\
P(B) &\approx 0.127 \\
P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{9}{125}}{\frac{159}{1250}} = \frac{30}{53} \\
P(A | B) &\approx 0.566
\end{aligned}$$

On compare $P(A \cap B)$ et $P(A)P(B)$: $P(A \cap B) = \frac{9}{125}$ et $P(A)P(B) = \frac{159}{15625}$. Comme ces valeurs sont différentes, A et B ne sont pas indépendants.

Interpretation : Ceci représente la probabilité que le serveur soit saturé sachant qu'une connexion a échoué.

Corrigé de l'exercice 3

On utilise les relations :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A), \quad P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) P(B | \bar{A})$$

et

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B), \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Redaction attendue.

- On calcule $P(B)$ par la formule des probabilités totales.
- On calcule $P(A \cap B)$ puis $P(A)P(B)$.
- On conclut : A et B sont indépendants ssi $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- On calcule enfin $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et on donne une valeur approchée.

$$\begin{aligned}
P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \\
P(A \cap B) &= P(A) P(B | A) = \frac{1}{5} \times \frac{17}{20} = \frac{17}{100} \\
P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) P(B | \bar{A}) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{50} = \frac{2}{125} \\
P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{17}{100} + \frac{2}{125} = \frac{93}{500} \\
P(B) &\approx 0.186 \\
P(A | B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{17}{100}}{\frac{93}{500}} = \frac{85}{93} \\
P(A | B) &\approx 0.914
\end{aligned}$$

On compare $P(A \cap B)$ et $P(A)P(B)$: $P(A \cap B) = \frac{17}{100}$ et $P(A)P(B) = \frac{93}{2500}$. Comme ces valeurs sont différentes, A et B ne sont pas indépendants.

Interpretation : Ceci représente la probabilité que l'élève connaisse la réponse sachant qu'il a répondu juste.